

НЕГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГУМАНИТАРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ПРОФСОЮЗОВ»

Кафедра информатики и математики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ

Основная профессиональная образовательная программа
высшего образования программы бакалавриата
по направлению подготовки

38.03.01 «Экономика»

Профиль подготовки «Экономика предприятий и организаций»

Квалификация:

Бакалавр

Согласовано:
Руководитель ОПОП по направлению
38.03.01 – «Экономика»
Профиль «Экономика предприятий и
организаций»
_____ /Морозова Е.Я.

Рассмотрена и утверждена на заседании кафедры
«01» июня 2020 г., протокол № 10

Зав. кафедрой _____ /Путькина Л.В.

Рекомендована решением
Методического совета

«15» июня 2020 г., протокол № 10

Секретарь МС _____ К.В. Газина

Авторы-разработчики:

_____ /Антипова Т.Б.

Санкт-Петербург

СТРУКТУРА

1. Цель и задачи освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Требования к результатам освоения дисциплины
4. Тематический план изучения дисциплины
5. Содержание разделов и тем дисциплины
6. План практических (семинарских) занятий
7. Образовательные технологии
8. План самостоятельной работы студентов
9. Контроль знаний по дисциплине
10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
11. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

1. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов
2. Методические рекомендации по подготовке к практическим (семинарским) занятиям
3. Методические рекомендации по написанию контрольных работ
4. Методические рекомендации по написанию курсовой работы

Оценочные и методические материалы

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций
3. Типовые контрольные задания и методические материалы, процедуры оценивания знаний, умений и навыков

Глоссарий

Методические рекомендации для преподавателя по дисциплине

1. Цель и задачи освоения дисциплины:

Целью освоения дисциплины «Математический анализ» является ознакомление с фундаментальными методами дифференциального и интегрального исчисления. Математический анализ является основой для изучения других математических курсов, дает необходимый математический аппарат для изложения экономических дисциплин.

Основные задачи дисциплины:

- знакомство с понятиями математического анализа;
- освоение основных приемов решения практических задач по темам дисциплины;
- развитие четкого логического мышления.
- привитие навыков, изучения научной литературы и самостоятельной работы.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ разделов (тем) данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1.	Макроэкономика		+	+	+		+	+	+	+	+	
2.	Микроэкономика			+	+		+	+	+	+	+	
3.	Теория вероятностей и математическая статистика	+		+			+	+			+	
4.	Эконометрика			+			+	+				
5.	Логистика	+			+	+			+		+	+
6.	Статистика											
7.	Финансовая математика	+		+							+	
8.	Методы оптимальных решений		+				+	+		+		
9.	Социально-экономическое прогнозирование											
10.	Моделирование в управлении	+		+						+		+

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций с установленными к ним индикаторами:

Компетенции и индикаторы их достижения

Категория компетенций	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
Системное и критическое мышление	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знать основные базовые понятия и определения теории множеств, теории пределов дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов; основные свойства последовательностей,

		<p>элементарных функций, числовых и функциональных рядов и дифференциальных уравнений.</p> <p>УК-1.2. Уметь применять методы математического анализа для решения экономических и управленческих задач.</p> <p>УК-1.3. Владеть навыками применения современного математического инструментария для решения экономических и управленческих задач.</p>
--	--	---

4. Тематический план изучения дисциплины

См. приложение

5. Содержание разделов и тем дисциплины

РАЗДЕЛ 1 (модуль 1). Элементы теории множеств и функций.

Тема 1. Введение. Элементы теории множеств и функций.

Предмет математического анализа и его роль в экономической теории. Понятие множества и подмножества. Пустое множество. Множество всех подмножеств множества. Операции над множествами. Декартово произведение множеств. Соответствие, отношение, бинарное отношение. Взаимно однозначное соответствие. Эквивалентные множества, счетные и несчетные множества. Примеры. Элементы математической логики: логические символы, утверждение, следствие, прямая и обратная теоремы, необходимые и достаточные условия. Понятие отображения (функции), его области определения и области значений. Элементарные функции. Обратное отображение. Композиция отображений. Множество всех действительных чисел и множество всех точек числовой прямой, эквивалентность этих множеств. Свойства действительных чисел. Подмножества множества действительных чисел. Ограниченные (сверху, снизу) и неограниченные (сверху, снизу) множества. Наибольший (наименьший) элемент множества. Верхняя (нижняя) грань множества. Теорема о существовании верхней (нижней) грани. Понятие окрестности действительного числа (точки) и окрестности с выколотым центром. Понятие предельной точки точечного множества на числовой прямой. Внутренние и граничные точки.

РАЗДЕЛ 2 (модуль 2). Комплексные числа

Тема 2. Комплексные числа

Комплексные числа и арифметические операции над ними.
 Действительная и мнимая часть. Комплексно сопряженные числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Комплексные числа и координатная плоскость. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Тригонометрическая форма записи комплексного числа.

Арифметические действия над комплексными числами в разных формах записи. Комплексные числа и квадратные уравнения.

Возведение комплексного числа в степень. Извлечение корня из комплексного числа.

Возведение в натуральную степень (формула Муавра). Основная теорема алгебры.

РАЗДЕЛ 3 (модуль 3). Предел и непрерывность функции одной переменной **Тема 3. Предел и непрерывность функции одной переменной.**

Переменные и их пределы. Величины бесконечно малые и бесконечно большие. Теоремы о пределах. Раскрытие некоторых типов неопределенностей. Предел функции. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых величин. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов.

Примеры последовательностей. Предел числовой последовательности. Существование предела у ограниченной монотонной последовательности. Лемма о вложенных отрезках. Подпоследовательности. Теорема

Больцано-Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности. Лемма о существовании предельной точки у ограниченного бесконечного множества на числовой оси.

Предел функции одной переменной. Односторонние и двусторонние пределы. Бесконечно малые (бесконечно большие) величины и их связь с пределами функций. Функции одной переменной, не имеющие предела в точке и на бесконечности. Свойства операции предельного перехода. Предельный переход в сложной функции. Первый и второй замечательные пределы. Второй замечательный предел в задаче о начислении процентов. Символы o -малое и O -большое и их использование для раскрытия неопределенностей. Понятие функции. Способы задания функции. Типы функций. Основные элементарные функции и их графики. Классификация функций. Применение функций в экономике. Интерполирование функций.

Непрерывность функции в точке и на множестве. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва и их классификация. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность основных элементарных функций. Непрерывность сложной функции. Верхняя (нижняя) грань, глобальный максимум (минимум) функции в ее области определения. Примеры разрывных функций.

РАЗДЕЛ 4 (модуль 4). Производная и дифференциал функции одной переменной

Тема 4. Производная и дифференциал функции одной переменной.

Понятие производной функции одной переменной. Геометрическая и экономическая интерпретации производной. Уравнение касательной. Понятие о предельной полезности продукта и предельной производительности ресурса. Понятие об эластичности функции. Понятие дифференцируемой функции. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Связь непрерывности и дифференцируемости функции одной переменной. Производная суммы, произведения, частного, сложной и обратной функции. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Производные основных элементарных функций. Понятие дифференциала функции одной переменной. Геометрическая интерпретация дифференциала. Свойства дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков функции одной переменной и их свойства. Иллюстрация экономического смысла второй производной.

РАЗДЕЛ 5 (модуль 5). Исследование дифференцируемых функций одной переменной.

Тема 5. Исследование дифференцируемых функций одной переменной.

Понятие об экстремумах функции одной переменной. Задача максимизации прибыли фирмы. Локальный экстремум (внутренний и граничный) функции одной переменной. Необходимое условие внутреннего локального экстремума (теорема Ферма). Теоремы о среднем значении (теоремы Ролля, Лагранжа и Коши) и их геометрическая

интерпретация. Правило Лопиталя. Формулы Тейлора и Маклорена и их использование для представления и приближенного вычисления значений функций. Достаточное условие строгого возрастания (убывания) функции на интервале. Достаточные условия локального экстремума функции одной переменной. Выпуклые (вогнутые) функции одной переменной. Необходимое и достаточное условие выпуклости (вогнутости). Точка перегиба. Необходимое и достаточное условия точки перегиба. Вертикальные и неvertикальные асимптоты графика функции одной переменной. Исследование функции одной переменной с использованием первой и второй производных и построение ее графика. Определение глобального максимума (минимума) функции одной переменной в области ее определения. Решение задачи максимизации прибыли фирмы в терминах объема выпускаемой продукции, а также в случае одного ресурса.

РАЗДЕЛ 6 (модуль 6). Интегрирование.

Тема 6. Интегрирование.

Первообразная и неопределенный интеграл. Первая основная теорема интегрального исчисления (о существовании первообразной у непрерывной функции). Свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций. Табличные интегралы. Приемы интегрирования (разложением, заменой переменной и по частям). Интегрирование некоторых иррациональностей. Рационализирующие подстановки. Интегрирование тригонометрических функций. Понятие о “неберущихся” интегралах. Интегральная сумма Римана, определенный интеграл и его геометрическая интерпретация. Интегральные суммы Дарбу. Свойства определенного интеграла (связанные с подынтегральной функцией, с отрезком интегрирования). Теорема о среднем значении. Определенный интеграл с переменным верхним пределом и его производная по этому пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Вторая основная теорема интегрального исчисления (о существовании определенного интеграла у непрерывной функции). Замена переменной и формула интегрирования по частям для определенного интеграла. Экономические иллюстрации использования понятия определенного интеграла. Несобственные интегралы.

РАЗДЕЛ 7 (модуль 7). Дифференциальные уравнения

Тема 7. Дифференциальные уравнения

Задачи, приводящие дифференциальным уравнениям. Основные понятия и определения. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Интегрирование дифференциального уравнения с разделяющимися переменными. Интегрирование однородных и линейных дифференциальных уравнений первого порядка.

Определение дифференциального уравнения n -го порядка, его общего и частного решений. Дифференциальное уравнение второго порядка, его общее и частное решения. Начальные условия задачи Коши, их геометрический смысл. Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Однородные уравнения. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения старшего порядка с постоянными коэффициентами и с правой частью специального вида. Принцип наложения. Метод вариации произвольных постоянных. Понятие системы дифференциальных уравнений. Решение систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Использование дифференциальных уравнений в экономической динамике.

РАЗДЕЛ 8 (модуль 8). Функции нескольких переменных (ФНП).

Тема 8. Функции нескольких переменных (ФНП).

Функции двух переменных. Понятие о множестве (линии) уровня функции двух переменных. Карта множеств уровня функции двух переменных, взаимное расположение линии уровня функции двух переменных. Обобщение на случай функций нескольких

переменных Экономические иллюстрации (функции спроса и предложения, функция полезности, производственная функция). Предел функции нескольких переменных. Арифметические операции над функциями, имеющими конечные предельные значения. Предел функции по направлению. Повторные предельные значения. Теорема о существовании повторного предела. Непрерывность функции нескольких переменных в точке и на множестве. Точки непрерывности и точки разрыва функции. Непрерывность функции в точке и по направлению. Взаимосвязь между непрерывностью функции по совокупности переменных и по каждому отдельному направлению. Арифметические операции над непрерывными функциями. Понятие о сложной функции. Непрерывность сложной функции. Теоремы Вейерштрасса и Больцано-Коши. Равномерная непрерывность.

Тема 9. Дифференцируемые ФНП.

Частные производные и частные дифференциалы. Градиент ФНП. Дифференцируемость ФНП. Главная линейная часть приращения ФНП. Полный дифференциал ФНП. Достаточное условие дифференцируемости ФНП. Геометрическая и экономическая интерпретация частных производных. Эластичности. Касательная плоскость к графику ФНП. Дифференцируемость сложных ФНП. Инвариантность формы дифференциала ФНП. Однородные функции. Теорема Эйлера об однородных функциях и ее применение в экономической теории. Производная по направлению. Ортогональность градиента и множества уровня ФНП в точке ее дифференцируемости. Частные производные и дифференциалы порядка выше первого.

РАЗДЕЛ 9 (модуль 9).

Тема 10. Ряды

Основные понятия и определение числового ряда. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Действия с рядами. Положительные ряды. Признаки сходимости положительных рядов. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.

Функциональные ряды. Основные понятия и определения. Область сходимости ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Основные свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Малорена. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях. Ряды Фурье. Определение тригонометрического ряда. Теорема Дирихле. Разложения функций в ряды Фурье. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Условия сходимости ряда Фурье. Практический гармонический анализ. Интеграл Фурье. Преобразования Фурье, свойства и применения.

РАЗДЕЛ 10 (модуль 10). Кратные интегралы

Тема 11. Кратные интегралы

Понятие двойного интеграла и его геометрическая интерпретация. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Переход в полярную систему координат. Механические приложения двойных интегралов.

Понятие о тройных и n -кратных интегралах. Геометрические приложения. Механические приложения тройных интегралов. Замена переменных в тройных интегралах.

Понятие о криволинейных интегралах и интегралах по поверхности. Криволинейные интегралы I рода. Формула Грина. Вычисление площади фигуры, ограниченной замкнутым контуром.

6. План практических (семинарских) занятий

№ п/п	Наименование разделов дисциплины	Тематика, содержание практических (семинарских) занятий, литература для подготовки к занятиям	Формируемые компетенции	Формы контроля усвоения знаний
1.	Тема 1. Введение. Элементы теории множеств и функций.	Тематика: Операции над множествами Функция, основные понятия Литература: 1, 2.	УК 1	Устный опрос, решение задач.
2.	Тема 2. Комплексные числа	Тематика: Решение задач на действия с комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах Решение задач на извлечение корня и возведение в степень комплексных чисел Литература: 1, 2.	УК 1	Устный опрос, решение задач.
2.	Тема 3. Предел и непрерывность функции одной переменной.	Тематика: Решение задач на вычисление пределов функций Решение задач на исследование непрерывности функций Литература: 1, 2.	УК 1	Устный опрос, решение задач.
3.	Тема 4. Производная и дифференциал функции одной переменной.	Тематика: Решение задач на вычисление производных различных функций Решение задач на вычисление дифференциалов функций Литература: 1, 2.	УК 1	Устный опрос, решение задач, контрольная работа по темам 3-4.
4.	Тема 5. Исследование дифференцируемых функций одной переменной	Тематика: Решение задач на определение экстремума функции; нахождение наибольшего и наименьшего значения. Построение графиков функций Литература: 1, 2.	УК 1	Устный опрос, тест опрос, решение задач.
5.	Тема 6. Интегрирование	Тематика: Методы интегрирования Приложения определенных интегралов Литература: 1, 2.	УК 1	Устный опрос, решение задач, контрольная работа по теме 6.
6.	Тема 7. Дифференциальные уравнения	Тематика: ДУ 1-го порядка ДУ 2-го и высших порядков Литература: 1, 2.	УК 1	Устный опрос, решение задач, контрольная работа по теме 7.
7.	Тема 8. Функции нескольких переменных (ФНП).	Тематика: Производные и дифференциалы функций нескольких переменных Предел и непрерывность функции в точке и по направлению. Литература: 1, 2.	УК 1	Устный опрос, решение задач.

8.	Тема 9. Дифференциальные функции ФНП.	Тематика: Частные производные и частные дифференциалы. Градиент, производная по направлению. ФНП Литература: 1, 2.	УК 1	Устный опрос, решение задач, контрольная работа по темам 8-9.
9	Тема 10. Ряды	Тематика: Числовые и функциональные ряды Степенные ряды. Литература: 1, 2.	УК 1	Устный опрос, решение задач. Контрольная работа по теме 10
10	Тема 11. Кратные интегралы.	Тематика: Двойные и тройные интегралы Геометрические приложения. Литература: 1, 2.	УК 1	Контрольная работа по теме 11.

7. Образовательные технологии

При проведении учебных занятий по дисциплине для успешного освоения применяются различные образовательные технологии, которые обеспечивают развитие навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств.

Методы / Формы	Лекции (Л)	Семинарские занятия (С)
Диалого-дискуссионное обсуждение проблем	+	
Работа в команде		+
Игра		+
Поисковый метод		+
Проектный метод		+
Исследовательский метод		+
Выступление в роли обучающего	+	

8. План самостоятельной работы студентов

№ п/п	Содержание самостоятельной работы студентов	Формируемые компетенции	Форма отчетности студента
1.	Изучение литературы, работа над лекционным материалом.	УК 1	Конспект по теме.
2.	Изучение литературы, работа над лекционным материалом.	УК 1	Конспект по теме.
3.	Изучение литературы, работа над лекционным материалом.	УК 1	Конспект по теме.
4.	Подготовка к семинарскому занятию, работа над лекционным материалом,	УК 1	Конспект по теме, опрос на

	решение задач по теме.		практическом занятии, контрольная работа.
5	Подготовка к семинарскому занятию, работа над лекционным материалом, решение задач по теме.	УК 1	Конспект по теме, опрос на практическом занятии, контрольная работа.
6.	Подготовка к семинарскому занятию, работа над лекционным материалом, решение задач по теме, самотестирование.	УК 1	Конспект по теме, опрос на практическом занятии, тестирование.
7.	Подготовка к семинарскому занятию, работа над лекционным материалом, решение задач по теме. Подготовка к контрольной работе.	УК 1	Конспект по теме, контрольная работа.
8.	Изучение литературы, работа над лекционным материалом.	УК 1	Конспект по теме.
9.	Подготовка к семинарскому занятию, работа над лекционным материалом, решение задач по теме.	УК 1	Конспект по теме, опрос на практическом занятии, контрольная работа.
10.	Подготовка к семинарскому занятию, работа над лекционным материалом, решение задач по теме, самотестирование.	УК 1	Конспект по теме, опрос на практическом занятии, тестирование.
11.	Подготовка к семинарскому занятию, работа над лекционным материалом, решение задач по теме.	УК 1	Конспект по теме, опрос на практическом занятии, контрольная работа.

9. Контроль знаний по дисциплине

По дисциплине предусмотрены текущий контроль и промежуточная аттестация.

Текущий контроль успеваемости студента – одна из составляющих оценки качества усвоения образовательных программ. Текущий контроль проводится в течение семестра (практические, опросы, контрольные работы и т.п.).

Промежуточная аттестация проводится по окончании изучения дисциплины в виде экзамена (2 и 4 семестры), зачета (3 семестр). Вопросы к промежуточной аттестации сформулированы в **Оценочных и методических материалах**.

10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) Основная литература

1. Путко, Б.А. Математика для экономистов и менеджеров: учебник / Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман; под общ. ред. Н.Ш. Кремера. — Москва: КноРус, 2019. — Режим доступа: <https://book.ru/book/931154> (дата обращения: 31.01.2022)
2. Плотникова, Е. Г. Математический анализ для экономического бакалавриата: учебник и практикум для вузов / Е. Г. Плотникова. — Москва: Юрайт, 2022. — Режим доступа: <https://urait.ru/bcode/493359> (дата обращения: 31.01.2022).
3. Крылов, В.Е. Математический анализ: учебник / В.Е. Крылов. — Москва: КноРус, 2021. — <https://book.ru/book/940069> (дата обращения: 31.01.2022).

б) Дополнительная литература:

1. Макаров, С.И. Математика для экономистов: учебное пособие / С.И. Макаров. — Москва: КноРус, 2020. — Режим доступа: <https://book.ru/book/934068> (дата обращения: 31.01.2022)
2. Кытманов, А. М. Математический анализ: учебное пособие / А. М. Кытманов. — Москва: Юрайт, 2019. — Режим доступа: <https://urait.ru/bcode/425244> (дата обращения: 31.01.2022).
3. Никитин, А. А. Математический анализ. Углубленный курс: учебник и практикум для вузов / А. А. Никитин, В. В. Фомичев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Юрайт, 2022. — Режим доступа: <https://urait.ru/bcode/489278> (дата обращения: 31.01.2022).
4. Татарников, О.В. Математический анализ для экономистов: учебник / О.В. Татарников, Е.В. Швед. — Москва: КноРус, 2020. — Режим доступа: <https://book.ru/book/934319> (дата обращения: 31.01.2022).

в) Периодические издания открытого доступа

1. Известия высших учебных заведений. Математика: научно-теоретический журнал / Казанский (Приволжский) федеральный университет. — ISSN 2076-4626. — Режим доступа: <https://kpfu.ru/science/nauchnye-izdaniya/ivrm>
2. Математический сборник: научно-теоретический журнал / Математический институт им. В.А. Стеклова РАН. — ISSN 2305-2783/ - Режим доступа: <http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml>
3. Математическое моделирование: научно-теоретический журнал / Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН. — ISSN 0234-0879. — Режим доступа: http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=mm&option_lang=rus
4. Математические заметки: научно-теоретический журнал /Отделение математических наук РАН. — ISSN 2305-2880. — Режим доступа: http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=mzm&option_lang=rus

г) Лицензионное программное обеспечение

1. Офисный пакет приложений Microsoft Office
2. Moodle (Программное обеспечение с открытым кодом для организации самостоятельной работы студентов)

д) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Официальный сайт СПбГУП: <http://www.gup.ru/>
2. Электронно-библиотечная система СПбГУП <http://library.gup.ru>
3. Системы поддержки самостоятельной работы СПбГУП: <http://edu.gup.ru/>
4. Справочная правовая система «КонсультантПлюс» (версия ПРОФ), установленная в Университете
5. Российское образование <http://www.edu.ru/>
6. Единое окно доступа к образовательным ресурсам <http://window.edu.ru/>
7. Электронно-библиотечная система «Юрайт» - www.urait.ru
8. Электронно-библиотечная система «Лань» - www.e.lanbook.com
9. Электронно-библиотечная система «Айбукс» - www.ibooks.ru
10. Электронно-библиотечная система «BOOK» - www.book.ru
11. Электронно-библиотечная система «IPRBooks» - www.iprbooks.ru

11. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудиторный фонд с демонстрационным оборудованием и техническими средствами обучения, учебно-наглядные пособия и методические ресурсы кафедры, фонды Научной библиотеки.

Изучение дисциплины инвалидами и обучающимися с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья обучающихся.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

1. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа в высшем учебном заведении является важной организационной формой индивидуального изучения студентами программного материала. Эти слова особенно актуальны в наше время, когда в педагогике высококвалифицированных специалистов широко используется дистанционное обучение, предполагающее значительную самостоятельную работу студента на основе рекомендаций преподавателя.

2. Методические рекомендации по подготовке к практическим (семинарским) занятиям

Семинарские занятия — важная форма учебного процесса. Они способствуют закреплению и углублению знаний, полученных студентами на лекциях и в результате самостоятельной работы над научной и учебной литературой и нормативными источниками. Они призваны развивать самостоятельность мышления, умение делать выводы, связывать теоретические положения с практикой, формировать профессиональное сознание будущих специалистов - практиков. На занятиях вырабатываются необходимые каждому специалисту навыки и умения публично выступать, логика доказывания, культура профессиональной речи. Кроме того, семинары — это средство контроля преподавателей за самостоятельной работой студентов, они непосредственно влияют на уровень подготовки к итоговым формам отчетности — **зачетам и экзаменам**. В выступлении на семинарском занятии должны содержаться следующие элементы:

- четкое формулирование соответствующего теоретического положения в виде развернутого определения;
- приведение и раскрытие основных черт, признаков, значения и роли изучаемого явления или доказательства определенного теоретического положения;
- подкрепление теоретических положений конкретными фактами.

Для качественного и эффективного изучения специальности необходимо овладение навыками работы с книгой, воспитание в себе стремления и привычки получать новые знания из научной и иной специальной литературы. Без этих качеств не может быть настоящего специалиста ни в одной области деятельности.

Читать и изучать, следует, прежде всего, то, что рекомендуется к каждой теме программой, планом семинарских занятий, перечнем рекомендуемой литературы.

Когда студент приступает к самостоятельной работе, то он должен проявить инициативу в поиске специальных источников. Многие новейшие научные положения появляются, прежде всего, в статьях, опубликованных в журналах.

Надо иметь в виду, что в каждом последнем номере издаваемых журналов публикуется библиография всех статей, напечатанных за год, это облегчает поиск нужных научных публикаций.

Работа с научной литературой, в конечном счете, должна привести к выработке у студента умения самостоятельно размышлять о предмете и объекте изучения, которое должно проявляться:

- в ясном и отчетливом понимании основных понятий и суждений, содержащихся в публикации, разработке доказательств, подтверждающих истинность тех или иных положений;

- в понимании студентами обоснованности и целесообразности, приводимых в книге и статье примеров, поясняющих доказательства и выводы автора. При этом будет уместно, если студент самостоятельно приведет дополнительные примеры к этим выводам;
- в отделении основных положений от дополнительных, второстепенных сведений;
- в способности студента критически разобраться в содержании публикации, определить свое отношение к ней в целом, дать ей общую оценку, характеристику.

3. Методические рекомендации по написанию контрольных работ

Контрольные работы не предусмотрены учебным планом.

4. Методические рекомендации по написанию курсовой работы

Курсовая работа учебным планом не предусмотрена.

ОЦЕНОЧНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Оценочные и методические материалы включают в себя:

- перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы;
- показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания;
- типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы;
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ п/п	Контролируемые темы дисциплины	Код формируемой компетенции	Код и наименование индикатора достижения	Наименование оценочного средства
1.	Тема 1. Введение. Элементы теории множеств и функций.	УК-1	<p>УК-1.1. Знать основные базовые понятия и определения теории множеств, теории пределов дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов; основные свойства последовательностей, элементарных функций, числовых и функциональных рядов и дифференциальных уравнений.</p> <p>УК-1.2. Уметь применять методы математического анализа для решения экономических и управленческих задач.</p> <p>УК-1.3. Владеть навыками применения современного математического</p>	<p>Опрос.</p> <p>Задача.</p> <p>Задача.</p>

			инструментария для решения экономических и управленческих задач.	
2.	Тема 2. Комплексные числа	УК-1	<p>УК-1.1. Знать основные базовые понятия и определения теории множеств, теории пределов дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов; основные свойства последовательностей, элементарных функций, числовых и функциональных рядов и дифференциальных уравнений.</p> <p>УК-1.2. Уметь применять методы математического анализа для решения экономических и управленческих задач.</p> <p>УК-1.3. Владеть навыками применения современного математического инструментария для решения экономических и управленческих задач.</p>	<p>Опрос.</p> <p>Задача.</p> <p>Задача.</p>
3.	Тема 3. Предел и непрерывность функции одной переменной.	УК-1	<p>УК-1.1. Знать основные базовые понятия и определения теории множеств, теории пределов дифференциального и интегрального</p>	Опрос

				Задача
				Задача
4.	Тема 4. Производная и дифференциал функции одной переменной.	УК-1	<p>УК-1.1. Знать основные базовые понятия и определения теории множеств, теории пределов дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов; основные свойства последовательностей, элементарных функций, числовых и функциональных рядов и дифференциальных уравнений.</p> <p>УК-1.2. Уметь применять методы математического анализа для решения экономических и управленческих задач.</p> <p>УК-1.3. Владеть навыками применения современного математического инструментария для решения экономических и управленческих задач.</p>	Опрос. Задача. Задача.

			<p>уравнений.</p> <p>УК-1.2. Уметь применять методы математического анализа для решения экономических и управленческих задач.</p> <p>УК-1.3. Владеть навыками применения современного математического инструментария для решения экономических и управленческих задач.</p>	Задача
7.	Тема 7. Дифференциальные уравнения	УК-1	<p>УК-1.1. Знать основные базовые понятия и определения теории множеств, теории пределов дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов; основные свойства последовательностей, элементарных функций, числовых и функциональных рядов и дифференциальных уравнений.</p> <p>УК-1.2. Уметь применять методы математического анализа для решения экономических и управленческих задач.</p> <p>УК-1.3. Владеть навыками применения современного математического инструментария для решения экономических и управленческих задач.</p>	<p>Опрос</p> <p>Задача</p> <p>Задача</p>

8.	Тема 8. Функции нескольких переменных (ФНП).	УК-1	<p>УК-1.1. Знать основные базовые понятия и определения теории множеств, теории пределов дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов; основные свойства последовательностей, элементарных функций, числовых и функциональных рядов и дифференциальных уравнений.</p> <p>УК-1.2. Уметь применять методы математического анализа для решения экономических и управленческих задач.</p> <p>УК-1.3. Владеть навыками применения современного математического инструментария для решения экономических и управленческих задач.</p>	<p>Опрос</p> <p>Задача</p> <p>Задача</p>
9.	Тема 9. Дифференцируемые ФНП.	УК-1	<p>УК-1.1. Знать основные базовые понятия и определения теории множеств, теории пределов дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов; основные свойства последовательностей, элементарных функций, числовых и функциональных рядов и дифференциальных уравнений.</p>	Опрос

			<p>УК-1.2. Уметь применять методы математического анализа для решения экономических и управленческих задач.</p> <p>УК-1.3. Владеть навыками применения современного математического инструментария для решения экономических и управленческих задач.</p>	<p>Задача</p> <p>Задача</p>
10.	Тема 10. Ряды	УК-1	<p>УК-1.1. Знать основные базовые понятия и определения теории множеств, теории пределов дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов; основные свойства последовательностей, элементарных функций, числовых и функциональных рядов и дифференциальных уравнений.</p> <p>УК-1.2. Уметь применять методы математического анализа для решения экономических и управленческих задач.</p> <p>УК-1.3. Владеть навыками применения современного математического инструментария для решения экономических и управленческих задач.</p>	<p>Опрос</p> <p>Задача</p> <p>Задача</p>
11.	Тема 11. Кратные интегралы.	УК-1	<p>УК-1.1. Знать основные базовые понятия и определения теории</p>	<p>Опрос</p>

		<p>множеств, теории пределов дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов; основные свойства последовательностей, элементарных функций, числовых и функциональных рядов и дифференциальных уравнений.</p> <p>УК-1.2. Уметь применять методы математического анализа для решения экономических и управленческих задач.</p> <p>УК-1.3. Владеть навыками применения современного математического инструментария для решения экономических и управленческих задач.</p>	<p>Задача</p> <p>Задача</p>
<p>Результат достижения планируемых результатов изучения дисциплины</p>			<p>Зачет, Экзамены</p>

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

Критерии оценивания (текущий контроль)

1. Оценка «отлично» выставляется студенту, если студент имеет глубокие знания учебного материала по теме практического задания, в логической последовательности излагает материал; смог ответить на все уточняющие и дополнительные вопросы;
2. Оценка «хорошо» выставляется, если студент показал знание учебного материала, смог ответить почти полностью на все заданные дополнительные и уточняющие вопросы;
3. Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент в целом освоил материал; однако, ответил не на все уточняющие и дополнительные вопросы;
4. Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет существенные пробелы в знаниях основного учебного материала по теме практического задания, который полностью не раскрыл содержание вопросов, не смог ответить на уточняющие и дополнительные вопросы.

Критерии оценивания (зачет)

Знания, умения, навыки и компетенции студентов оцениваются следующими оценками: «зачтено», «не зачтено».

- «зачтено» - студент хорошо и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, увязывает с практикой, свободно справляется с решением ситуационных задач и тестовыми заданиями, правильно обосновывает принятие решений, умеет самостоятельно обобщать программный материал, не допуская ошибок, знает дополнительную литературу по изучаемой дисциплине.

- «не зачтено» - студент не знает значительной части основного программного материала, в ответах допускает существенные ошибки, не владеет умениями и навыками в выполнении тестовых заданий и решении задач, не способен ответить на дополнительные вопросы.

Критерии оценивания (экзамен)

Знания, умения, навыки и компетенции студентов оцениваются следующими оценками: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»

Оценка	Критерии оценивания
Отлично	Студент не только глубоко и прочно усвоил весь программный материал, но и проявил знания, выходящие за его пределы, почерпнутые из дополнительных источников (классическая литература, учебная литература, научно-популярная литература, научные статьи и монографии и т. п.); умеет самостоятельно обобщать программный материал, не допуская ошибок, проанализировать его с точки зрения различных школ и взглядов; увязывает знания с практикой, приводит примеры, демонстрирующие глубокое понимание материала или проблемы, свободно справляется с задачами и практическими заданиями; исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно выстраивает свой ответ.
Хорошо	Студент твердо знает программный материал, грамотно и последовательно его излагает, увязывает с практикой, не допускает существенных неточностей в ответе на вопросы, может правильно применять теоретические положения и владеет необходимыми умениями и навыками в выполнении практических заданий и решении задач, испытывает незначительные затруднения при самостоятельном обобщении программного материала.
Удовлетворительно	Студент усвоил только основной программный материал, но не знает его отдельных положений, в ответе допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении программного материала, не в полной мере владеет необходимыми умениями и навыками в выполнении практических заданий и решении задач, испытывает затруднения при самостоятельном обобщении программного материала.
Неудовлетворительно	Студент не знает значительной части основного программного материала, в ответе допускает существенные ошибки, неправильные формулировки, не владеет необходимыми умениями и навыками в выполнении практических заданий и решении задач, испытывает значительные затруднения при

3. Типовые контрольные задания и методические материалы, процедуры оценивания знаний, умений и навыков

ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Варианты заданий по теме 3:

Вариант 1

1

Найти пределы функции.

$$1) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{7x^2 + 26x - 8}{2x^2 + x - 28} \text{ при А) } x_0 = 1, \text{ В) } x_0 = -4, \text{ С) } x_0 = \infty;$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+4} - \sqrt{8-x}}{x-2}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 7x}{5x};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x + \sin 2x} \quad 5) \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\ln \sin x}{(2x - \pi)^2} \quad 6) \lim_{x \rightarrow \infty} e^{2x} \operatorname{tg} \frac{4}{x} \quad 7) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+2)^{1/\ln 3x}.$$

Вариант 2

Найти пределы функции

$$1) \text{ Найти } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 1}{7x^5 + 2x + 3} \quad 2) \text{ Найти } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 14x - 32}{x^2 - 6x + 8} \quad 3) \text{ Найти } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x^2} \quad 4) \text{ Найти } \lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2} \quad 5) \text{ Найти } \lim_{x \rightarrow 2} (3x-5) \frac{1}{x-2}.$$

Вариант 3

Вычислить пределы функций.

$$A1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x - 2}{5x^3 + 3x^2 - 1}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{5}} \frac{2x^2 - 7x + 3}{5x^2 - 16x + 3};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{\sqrt{x-2} - 1}; \quad 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}; \quad 5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{\sin 3\pi x};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left\| \frac{5x^2 + 8x - 2}{5x^2 + 3x + 3} \right\|^{4x+1}$$

Вариант 4

Вычислить пределы функций.

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^5 - 4x^2 + 1}{3x^5 - x + 3}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 + x - 56}{x^2 - 49};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x}}{2 - \sqrt[3]{8-x}}; \quad 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{1 - \cos \sqrt{x}};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0,5} \frac{\arcsin(1-2x)}{4x^2 - 1}; \quad 6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left\| \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 - 3x + 7} \right\|^x.$$

Варианты заданий по теме 4:

Вариант 1

1. Найти производные

1) $y = 3x^2 + \sqrt[3]{x} - \frac{1}{x^2} + 3$, 2) $y = \sin x \cdot \operatorname{arctg} x$,
3) $y = \frac{\cos x}{x - \sqrt[3]{x}}$, 4) $y = \sqrt[3]{\frac{1}{x^2 + 1}}$, 5) $y = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x$,
6) $y = \arccos \frac{2x-1}{\sqrt{3}}$, 7) $y = (1 + \ln \sin x)^2$, 8) $y = 2^{\frac{1}{\ln x}}$,
9) $y = x \operatorname{arctg} \sqrt{x}$, 10) $y = e^{\sin x}$, 11) $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, 12) $y = \operatorname{ctg} e^x$.
13) $y = \left(4x^3 + \frac{3}{x^3 \sqrt{x}} - 2 \right)^5$

2. Найти $\frac{dy}{dx}$:

а) $x^3 + \operatorname{arctg}(e^y) + y(x-1) = 0$,

б) $\sin y = x + 3y$,

в) $\begin{cases} x = 2t - t^2, \\ y = 3t - t^3. \end{cases}$

3. Найти $\frac{d^2 y}{dx^2}$:

$y = x \cos 2x$

4. Найти дифференциал функции:

$y = \ln \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{x}}$

5. Составить уравнения касательной и нормали к линии $y = x^2 - x + 1$ в точке с абсциссой $x = -1$.

Вариант 2

1. Найти производные

1) $y = 4x^5 - \sqrt[4]{x^3} + \frac{1}{x^3} - \sqrt[3]{3}$, 2) $y = \sqrt{x} \sin x$,

3) $y = \frac{\operatorname{tg} x}{\sin x - \cos x}$, 4) $y = \operatorname{ctg} \left(2x \sin \frac{1}{2} \right)$, 5) $y = (\arccos x + \arcsin x)^2$,

6) $y = \operatorname{arctg} \ln(2x+3)$, 7) $y = \operatorname{tg} \frac{e^x}{x}$, 8) $y = \sin 3x \cos 5x$,

9) $y = \ln(1 + \sqrt{x^2 - 1})$, 10) $y = \operatorname{tg}^2 6x - 2^x$,

$$11) y = x \cdot 10^{\sqrt{x}}, \quad 12) y = x + e^{\sin x}, \quad 13) y = \ln \sqrt[5]{\left(\frac{x^6 - 1}{6x + 5}\right)^7};$$

2. Найти $\frac{dy}{dx}$:

а) $y \sin x = \cos xy$,

б) $x^3 + y^2 - 3axy = 0$,

в) $\begin{cases} x = \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$

3. Найти $\frac{d^2 y}{dx^2}$:

$$y = \sqrt{1+x^2}$$

4. Найти дифференциал функции:

$$y = \arcsin \frac{\ln x}{x^2}$$

5. Составить уравнения касательной и нормали к линии $y = 4x - x^2$ в точке с абсциссой $x = 1$.

Вариант 3

1. Найти производные

1) $y = x^{10} - 2\sqrt{x} - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{2}$, 2) $y = e^x \operatorname{tg} x$, 3) $y = \frac{x^2 + x}{\sqrt{x} - 1}$,

4) $y = \operatorname{tg} \frac{x+1}{2}$, 5) $y = x \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$, 6) $y = \ln(1-2x)$,

7) $y = \sin 2^x + 3^{\sin x}$, 8) $y = \frac{1}{x^2} \ln x$, 9) $y = \operatorname{arctg} x \cdot \ln x$,

10) $y = e^{-x^2}$, 11) $y = 10^{\operatorname{tg} x}$, 12) $y = \sin 3x \cos 5x$, 13) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{1-x}$;

2. Найти $\frac{dy}{dx}$:

а) $e^{x-y} = \frac{x}{y}$,

б) $\sin xy = x^2 y$,

в) $\begin{cases} x = 2t^3 + t, \\ y = \ln t. \end{cases}$

3. Найти $\frac{d^2 y}{dx^2}$:

$$y = \ln(\operatorname{tg} x)$$

4. Найти дифференциал функции:

$$y = \operatorname{arctg} \frac{\sin x}{x}$$

5. Составить уравнения касательной и нормали к линии $y = x^2 - 4x + 4$ в точке с абсциссой $x = 2$.

Вариант 4

1. Найти производные:

$$1) y = x^{10} - 3\sqrt[3]{x^7} + \frac{1}{x^2} - \sqrt[3]{10} \quad 2) y = e^x \arcsin x \quad 3) y = \frac{e^x}{\cos x}$$

$$4) y = 3\sin(3x-1) \quad 5) y = (1-2\sqrt[3]{x})^2 \quad 6) y = \frac{1}{4}\operatorname{tg}^4 x + \frac{1}{2}\operatorname{tg}^2 x$$

$$7) y = \frac{1 - \ln x}{1 + \ln 2x} \quad 8) y = 10^{1 - \sin 2x}$$

$$9) y = \arcsin \sqrt{1-x^2} + \frac{1}{\sqrt{3}} \quad 10) y = \sin^2 2x \cos \frac{x}{2} \quad 11) y = 3^{\operatorname{arctg} 3x}$$

$$12) y = \ln \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad 13) y = x^2 \cdot e^{\sin x}$$

2. Найти $\frac{dy}{dx}$:

$$a) \frac{y}{x} = \operatorname{arctg}(xy)$$

$$б) x - 3y + e^y = 5$$

$$в) \begin{cases} x = \ln \frac{t^2 - 1}{4} \\ y = \sin t \end{cases}$$

3. Найти $y = \ln \sin x$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} :$$

4. Найти дифференциал

функции:

$$y = \arcsin \sqrt{1 - 2x^2}$$

5. Составить уравнения касательной и нормали к кривой $y = x^2 - 2x - 2$ в точке $(0; -2)$.

Варианты заданий по теме 6:

Вариант 1

1. Найти неопределенный интеграл

$$1) \int (x\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}) dx \quad 2) \int \sin(5 - 7x^2) \cdot x dx \quad 3) \int (3x^3 - 2)^5 \cdot x^2 dx$$

$$4) \int e^{x^2} \cdot x dx \quad 5) \int \sqrt{\cos^3 x} \cdot \sin x \cdot dx \quad 6) \int \frac{x^2}{2-x^3} \cdot dx \quad 7) \int \frac{x^3 \cdot dx}{2x^4 - 4}$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

$$y = x^2 - 8x + 18, y = -2x + 18$$

Вариант 2

1. Найти неопределенный интеграл

$$1) \int \left(\frac{2}{x^5} - \sqrt[5]{x} \right) dx \quad 2) \int e^{2x-7} \cdot dx \quad 3) \int \frac{5dx}{3-8x} \quad 4) \int \frac{\sin x \cdot dx}{\cos^2 x}$$

$$5) \int e^{\sin x} \cdot \cos x \cdot dx \quad 6) \int \frac{\sin x \cdot dx}{\sqrt{\cos x - 1}} \quad 7) \int \frac{x^2 \cdot dx}{2x^3 - 1}$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

$$y = x^2 - 4x + 4, y = -x + 8$$

Вариант 3

1. Найти неопределенный интеграл

$$1) \int \left(\frac{3}{x^3} - \sqrt[3]{x} \right) dx \quad 2) \int 5^{7x-1} \cdot dx \quad 3) \int \sqrt{(2-3x)^5} \cdot dx \quad 4) \int e^{x^5+2} \cdot x^4 \cdot dx$$

$$5) \int \frac{\cos x \cdot dx}{2 \sin x - 1} \quad 6) \int \frac{\ln^3 x \cdot dx}{x} \quad 7) \int \frac{2 \sin x \cdot dx}{\sqrt{3 \cos x - 1}}$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

$$y = -x^2 + 10x - 16, y = x + 2$$

Вариант 4

Найти неопределенный интеграл

$$1) \int \left(\frac{4}{x^4} - \sqrt[4]{x} \right) dx \quad 2) \int 3^{8x+3} \cdot dx \quad 3) \int \cos(2-3x^3) \cdot x^2 dx$$

$$4) \int (x^3 - 3)^4 \cdot x^2 dx \quad 5) \int \frac{\ln^2 x \cdot dx}{5x} \quad 6)$$

$$7) \int 3e^{2 \sin x} \cdot \cos x \cdot dx$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

$$y = x^2 - 2x + 3, y = 3x - 1$$

Тестовые материалы

Важными в методическом плане на семинарских занятиях являются проводимые тестовые задания, которые содействуют превращению теоретико-правовых знаний в глубокие убеждения, дают простор для развития творческо-эмоциональной сферы, позволяют

сделать выводы об эффективности занятий с учащимися, что в итоге повышает интерес к овладению знаниями.

Решение тестовых заданий является важным методическим приемом для закрепления и осмысления, полученных бакалаврами знаний по изучаемому предмету.

Студент тестируемой учебной группы получает 20 тестовых заданий. Для каждого из вопросов тестового задания предусмотрен только один правильный вариант ответа, который должен выбрать студент. Результаты тестирования оцениваются в зависимости от количества неверно выбранных ответов.

Итоги тестирования заносятся в ведомость, составляемую на всю учебную группу. Предоставленные сведения должны содержать данные о количестве опрошенных, о количестве отличных, хороших, удовлетворительных и неудовлетворительных оценок.

В заключение работы выводиться средний балл итогового контроля знаний студентов.

Тестовые материалы по данной дисциплине находятся в системе поддержки самостоятельной работы студентов

Примерные варианты тестовых материалов:

1. Областью определения функции

$$y = \frac{\ln(1+x)}{x-1}$$

является промежутком

а) $(-1,1) \cup (1,+\infty)$; б) $(-\infty,1) \cup (1,+\infty)$; в) $(1,+\infty)$; г) $(-\infty,-1)$.

2. Какая из функций является четной

а) $f(x) = x^2 \cdot \sqrt[3]{x}$; б) $f(x) = 2^x + 2^{-x}$; в) $f(x) = |x| - x$; г) $f(x) = x - 5e^{x^2}$.

3. Сколько членов последовательности

$$\left\| \frac{2n-1}{n+2} \right\|$$

находится вне интервала $(1,99; 2,01)$:

а) 498; б) 502; в) 503; г) 200.

4. Предел функции равен

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 5x + 6}$$

+ а) 5; б) 4; в) 7; г) 6.

**Вопросы для подготовки к промежуточной аттестации по дисциплине
(экзамену\зачету)**

**ВОПРОСЫ для подготовки к экзамену
(2 семестр)**

1. Предмет математического анализа и его роль в экономической теории.
2. Элементы теории множеств. Понятие множества и подмножества. Диаграммы Эйлера-Венна.
3. Операции над множествами. Свойства операций.
4. Комплексные числа и арифметические операции над ними.
5. Комплексные числа и координатная плоскость. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Тригонометрическая форма записи комплексного числа.
6. Арифметические действия над комплексными числами в разных формах записи. Комплексные числа и квадратные уравнения.
7. Возведение комплексного числа в степень. Извлечение корня из комплексного числа.
8. Переменные и их пределы. Величины бесконечно малые и бесконечно большие.
9. Теоремы о пределах последовательностей.
10. Раскрытие некоторых типов неопределенностей.
11. Замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно малые величины.
12. Понятие функции одной переменной. Свойства функций. Способы задания функции одной переменной. Классификации функций.
13. Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности.
14. Односторонние пределы функции.
15. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства.
16. Сравнение функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.
17. Определение непрерывности функции в точке.
18. Арифметические действия над непрерывными функциями. Теорема о непрерывности элементарных функций.
19. Классификация точек разрыва.
20. Свойства непрерывных функций. Теорема Больцано — Коши.
21. Производная функции в точке, ее геометрический и физический смысл.
22. Экономический смысл производной. Использование понятия производной в экономике.
23. Непрерывность функции, имеющей производную.
24. Производная суммы, разности, произведения и частного.
25. Правило дифференцирования сложной функции.
26. Теорема о производной обратной функции.
27. Производная неявной функции. Производная функции, заданной параметрически.
28. Логарифмическое дифференцирование.
29. Условие монотонности функции.
30. Экстремум функции. Теорема Ферма (необходимое условие экстремумов).
31. Достаточные условия экстремумов.
32. Направление вогнутости графика функции (аналитический признак).
33. Точки перегиба и выпрямления (необходимые условия, достаточные условия).
34. Теорема Ролля.
35. Теорема Лагранжа.
36. Теорема Коши.
37. Правило Лопиталя.

38. Применение функций в экономике.
39. Дифференциал функции и его геометрический смысл.
40. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.

ВОПРОСЫ для подготовки к зачету

(3 семестр)

1. Разложение многочлена на множители
2. Разложение дробно-рациональной функции на простейшие рациональные дроби.
3. Первообразная функции. Неопределенный интеграл и его свойства.
4. Интегралы от основных элементарных функций.
5. Методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям.
6. Интегрирование простейших рациональных дробей.
7. Интегрирование некоторых видов иррациональностей
8. Тригонометрические подстановки.
9. Подстановка Эйлера.
10. Интегрирование тригонометрических функций.
11. Определенный интеграл: определение, свойства, геометрический смысл.
12. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Вычисление определенного интеграла: формула Ньютона-Лейбница.
13. Приложения определенного интеграла.
14. Несобственные интегралы.
15. Дифференциальные уравнения. Основные понятия.
16. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
17. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
18. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли.
19. Дифференциальные уравнения первого порядка в полных дифференциалах.
20. Дифференциальные уравнения второго порядка. Задача Коши. Уравнения, допускающие понижение порядка.
21. Общие свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений.
22. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
23. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов. Принцип наложения решений.
24. Частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с полиномом n -й степени в правой части.
25. Частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с показательной функцией в правой части.
26. Частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с тригонометрическим полиномом в правой части.

ВОПРОСЫ для подготовки к экзамену

(4 семестр)

Предел функции двух переменных.

1. Непрерывность функции нескольких переменных.
2. Частные производные.
3. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Полный дифференциал.
4. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости.
5. Производные сложных функций. Производная от функции, заданной неявно.
6. Производная по направлению. Градиент.
7. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
8. Необходимые условия экстремума функции двух переменных.
9. Достаточные условия экстремума функции двух переменных.
10. Условный экстремум. Функция Лагранжа.
11. Метод неопределенных множителей Лагранжа
12. Числовые ряды – основные понятия: определение числового ряда, сходимость и сумма ряда.
13. Эталонные ряды: геометрический ряд, гармоничный ряд и условия их сходимости.
14. Необходимый признак сходимости числового ряда.
15. Свойства сходящихся числовых рядов.
16. Положительные ряды: определение, достаточные признаки сходимости(перечислить).
17. Достаточные признаки сходимости (признак сравнения, признак Даламбера).
18. Достаточные признаки сходимости (предельный признак сравнения, признак Коши).
19. Достаточные признаки сходимости (интегральный признак).
20. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница.
21. Знакопеременные ряды: определение, достаточный признак сходимости.
22. Абсолютная и условная сходимость знакопеременного ряда
23. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов: теорема Коши, теорема Римана.
24. Функциональный ряд, его точка и область сходимости.
25. Степенной ряд. Теорема Абеля и следствие из нее.
26. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Определение, формулы для вычисления.
27. Разложение функции в степенной ряд.
28. Ряды Тейлора и Маклорена. Достаточное условие разложения функции в степенной ряд.
29. Разложение элементарных функций в степенной ряд.
30. Использование степенных рядов для приближенных вычислений.
31. Тригонометрический ряд: определение, основные свойства.
32. Ряд Фурье. Теорема Дирихле.
33. Ряды Фурье для четных и нечетных функций.
34. Ряд Фурье для функции с произвольным периодом.
35. Разложение в ряд Фурье непериодической функции
36. Понятие двойного интеграла и его геометрическая интерпретация.
37. Свойства двойного интеграла.
38. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле.
39. Понятие о тройных интегралах.
40. Геометрические и механические приложения тройных интегралов.
41. Замена переменных в тройных интегралах.
42. Криволинейные интегралы (понятие , привести пример).
43. Криволинейные интегралы I рода.

44. Вычисление площади фигуры, ограниченной замкнутым контуром.

ГЛОССАРИЙ

1. **Алгебра** — часть математики, посвящённая изучению операций над элементами произвольной формы, обобщающих обычные операции сложения, умножения чисел и отношения неравенства чисел (алгебра многочленов, линейная алгебра, векторная алгебра и т.д.).

2. **Алгебраическим дополнением** A_{ij} элемента a_{ij} называется минор M_{ij} этого элемента, взятый со знаком "+" или "-" согласно формуле: $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$.

3. **Аналитическая геометрия** – раздел геометрии, в котором простейшие геометрические образы (прямые, плоскости, линии, поверхности) исследуются средствами алгебры на основе метода координат. Каждой линии на плоскости соответствует свое уравнение, работа с уравнениями осуществляется аналитическими и алгебраическими средствами.

4. **Аргумент комплексного числа** $z=x+iy=r(\cos\phi+i\sin\phi)$, изображаемого на плоскости точкой с координатами x и y , — угол ϕ радиус-вектора r этой точки с осью абсцисс; обозначение: $\phi = \text{Arg}z$. По аналогии с нулевым вектором, не имеющим определенного направления, комплексное число 0 не имеет определенного аргумента.

5. **Асимптоты** графика функции – прямые, к которым неограниченно приближается линия графика, когда ее точка неограниченно удаляется от начала координат.

6. **Бесконечно большая величина** (функция) - переменная величина, которая в процессе своего изменения становится и остаётся по абсолютной величине больше любого наперёд заданного числа $M > 0$.

7. **Бесконечно малая величина** (функция) - переменная величина, которая в процессе своего изменения становится и остаётся по абсолютной величине меньше любого наперёд заданного числа $E > 0$. Находится в обратной зависимости с бесконечно большой.

8. **Вектор** - элемент линейного пространства. В такой интерпретации векторам (на примере x и y) приписывают две операции:

a. Сложение векторов $x + y$.

b. Умножение вектора на произвольный элемент (b, x, y).

9. **Высшая математика** — условное название совокупности математических дисциплин (линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия, дифференциальное исчисление, теория вероятностей и математическая статистика и т.д.), изучаемых во многих высших учебных заведениях.

10. **График функции** – совокупность точек плоскости (x, y) , абсциссами которых являются значения независимой переменной x , а ординатами – соответствующие значения функции $y=f(x)$.

11. **Градиент** — вектор, указывающий направление наибольшего

$$\text{grad}u = \frac{\partial u}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial u}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial u}{\partial z} \vec{k}$$

a. роста скалярной функции $u(x, y, z)$:

12. **Дедуция** – (лат. deductio – выведение) – логическое умозаключение от общего к частному, от общих суждений к частным или другим общим выводам.

13. **Дискретная математика** — область математики, занимающаяся изучением свойств дискретных (прерывистых) структур.

14. **Дискретное множество** — множество, все точки которого — изолированные точки, т.е. это множество без предельных точек.

15. **Дифференциалом** функции $y=f(x)$ называется произведение производной этой функции на приращение независимой переменной x : $dy = y' \Delta x, df(x) = f'(x) \Delta x$.

16. **Дифференциальное исчисление** — раздел математики, в котором изучаются производные и дифференциалы функций, исследуются функции и решаются прикладные задачи (например, задачи на экстремум).

17. **Дифференциальным уравнением** называется уравнение, содержащее производные и дифференциалы неизвестной функции.

18. **Дифференцирование** — операции нахождения производных (частных производных) функций и их дифференциалов.

19. **Дифференцируемая функция** — функция одного или нескольких переменных называется дифференцируемой в некоторой точке, если в данной точке существует дифференциал этой функции. Для дифференцируемости функции необходимо и достаточно существование конечной производной для функции одной переменной или чтобы существовали в этой точке непрерывные частные производные для функции нескольких переменных.

20. **Достаточное условие существования экстремума:** если в точке $x=x_0$ производная функции $y=f(x)$ равна нулю и меняет знак при переходе через точку, то x_0 является точкой экстремума.

21. **Задача Коши** — дифференциальное уравнение вместе с начальными условиями; задача состоит в отыскании решения (интеграла), удовлетворяющего начальным условиям.

22. **Исследование операций** — научный метод выработки количественно обоснованных рекомендаций по принятию решений.

23. **Индукция** — логическое умозаключение от частных, единичных случаев к общему выводу, от отдельных фактов к обобщениям. Или: индукция — способ математических доказательств и определений, основанный на переходе от заключения, верного для некоторого натурального числа n , к заключению, верному для числа $(n+1)$.

24. **Интеграл** — понятие, возникшее в связи с потребностью, с одной стороны, отыскивать функции по их производным (например, находить функцию, выражающую путь, пройденный движущейся точкой, по скорости этой точки), а с другой — измерять площади, объемы, длины дуг, работу силы за определённый промежуток времени и т.п. Соответственно с этим различают неопределённые интегралы $\int f(x)dx$ и определённые интегралы

$$\int_a^b f(x)dx$$

тегралы

25. **Интегрированием по частям** называется метод интегрирование с помощью формулы: $\int udv=uv- \int vdu$.

26. Функция, удовлетворяющая дифференциальному уравнению, т.е. обращающая его в тождество, называется **интегралом (или решением)** этого дифференциального уравнения.

27. **Интегральное исчисление** — раздел математики, в котором исследуют функции на основании связи между первообразной искомой функции и интегралом от неё, изучаются интегралы различного вида, их свойства, способы вычисления, а также приложения этих интегралов к различным задачам естествознания и человеческой деятельности.

28. **Интегральное уравнение** — уравнение, содержащее искомую функцию под знаком интеграла.

29. **Интегрирование** — вычисление определённых и неопределённых интегралов, а также иных видов интегралов — кратных, криволинейных и т.п.

30. **Интегрирование дифференциальных уравнений** — решение этих уравнений.

31. **Интервал сходимости** степенного ряда — интервал, во всех внутренних точках которого ряд сходится (абсолютно), в точках вне интервала расходится, а в концевых точках ряд может сходиться или расходиться.

32. **Касательная** к графику функции, к кривой линии — прямая, представляющая предельное положение секущей.

33. **Касательная плоскость** к поверхности — плоскость, проходящая через точку M поверхности S и содержащая касательные прямые ко всем гладким кривым, лежащим на поверхности S и проходящим через точку M .

34. **Коммутативность** — переместительность, переместительный закон, — свойство сложения и умножения объектов, выражаемое тождествами: $a+b=b+a$, $ab=ba$. Коммутативностью, например, обладают числа, многочлены; умножение матриц не является коммутативным; векторное произведение векторов антикоммутативно.

35. **Комплексная плоскость** — плоскость с прямоугольной декартовой системой координат, каждая точка которой (x,y) отождествлена с комплексным числом $z=x+iy$. В свою очередь числу z ставится в соответствие вектор, приложенный в начале координат с концом в точке z . На рассматриваемой плоскости ось абсцисс Ox называется действительной, а ось ординат Oy — мнимой.

36. **Комплексное число** — число вида $z=x+iy$, где x и y — действительные числа, а i — так называемая мнимая единица ($i^2 = -1$); x называют действительной частью, а y — мнимой частью числа (обозначают $x=Re z, y=Im z$). Запись числа в виде $z=x+iy$ называется алгебраической формой комплексного числа. Рассматривают также тригонометрическую или полярную форму $z=r(\cos\phi+isin\phi)$ и экспоненциальную форму комплексного числа $z = r e^{i\phi}$.

37. **Константа** — величина, которая в конкретной задаче сохраняет одно и то же значение.

38. **Континуум** — термин, употребляемый для обозначения образований, обладающих свойствами непрерывности (например, система действительных чисел или числовой континуум).

39. **Критическая точка** — точка возможного существования экстремума. Для функции одного переменного в критической точке производная равна нулю или терпит разрыв (не существует), для функции нескольких переменных в критической точке градиент функции обращается в нулевой вектор.

40. **Линейная алгебра** — обобщение аналитической геометрии на случай n -мерных векторных пространств.

41. **Линии уровня** — линии в двумерном скалярном поле $u(x,y)$, для которых $u(x,y)=c$. Каждому c (константа) соответствует определённая линия. Рассматриваемые линии между собой не пересекаются. Градиент скалярного поля в каждой его точке направлен по нормали к линии уровня.

42. **Математика** — наука о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира.

43. **Математическая индукция** — метод доказательства математических утверждений, основанный на следующем принципе: утверждение $A(x)$, зависящее от натурального параметра x , считается доказанным, если доказано $A(1)$ и для любого натурального числа n из предположения, что верно $A(n)$, выведено, что верно также $A(n+1)$.

44. **Математическая лингвистика** — математическая дисциплина, разрабатывающая формальный аппарат для описания строения естественных и некоторых искусственных языков.

45. **Математическая логика**, символическая логика, теоретическая логика — раздел математики, посвященный изучению математических доказательств и вопросов оснований математики.

46. **Математическая модель** — приближенное описание какого-либо класса явлений внешнего мира, выраженное с помощью математической символики. Математическое моделирование широко используется в прикладных задачах, в прогнозировании и управлении.

47. **Математический анализ** — раздел высшей математики, в котором функции и их обобщения в первооснове своей изучаются методами пределов (методом бесконечно малых). В этот раздел входят дифференциальное исчисление, интегральное исчисление, теория функций действительного переменного, теория функций комплексного переменного, теория дифференциальных уравнений, теории рядов, векторного анализа и другие математические дисциплины.

48. **Мнимая единица** — число i , квадрат которой равен отрицательной единице ($i^2 = -1$, $\sqrt{-1} = \pm i$).

49. **Множество** — совокупность каких-либо объектов. Объекты, составляющие множество, называются *элементами* множества.

50. **Модуль комплексного** числа $z=x+iy$ равен $\sqrt{x^2+y^2}$.

51. **Мощность множества** — обобщение на произвольные множества понятия “число элементов”.

52. **Начальные условия** для дифференциального уравнения (системы) — дополнительные условия, налагаемые на решение уравнения (системы), отнесённые к одному и тому же значению аргумента.

53. **Необходимые и достаточные условия** — условия правильности утверждения A , без выполнения которых утверждение A заведомо не может быть верным (необходимые условия), и при выполнении которых утверждение A заведомо верно (достаточные условия). Часто рассматриваемые условия заменяются выражением “тогда и только тогда”, либо “в том и только в том случае”.

54. **Неоднородное линейное дифференциальное уравнение** — уравнение, у которого отличен от нуля свободный член (не содержащий искомую функцию или её производные).

55. **Неопределённым интегралом** от функции $f(x)$ называется множество $F(x)+C$ всех первообразных функций для данной функции $f(x)$, где C принимает все возможные числовые значения; обозначается символом $\int f(x)dx$.

56. **Несобственный интеграл** — обобщение понятия определённого интеграла на случай неограниченных функций и функций, заданных на бесконечном промежутке интегрирования.

57. **Область в n -мерном пространстве** — связное множество точек этого пространства, целиком состоящее из “внутренних” точек, т.е. исключая граничные точки. Например, на прямой — открытый интервал, конечный или бесконечный; на плоскости — внутренность круга или внешность круга.

58. **Область замкнутая** — область, дополненная всеми её граничными точками.

59. **Область значений функции** — множество значений функции (множество всех элементов, которые функцией поставлены в соответствие элементам из её области определения).

60. **Область определения функции** — множество значений, принимаемых независимой переменной (аргументом).

61. **Обыкновенное дифференциальное уравнение** — дифференциальное уравнение функции одного переменного.

62. **Объединением (суммой)** множеств А и В называется множество, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств А или В.

63. **Ограниченная функция** — функция, множество значений которой на некотором множестве Е ограничено (множество значений, когда аргумент пробегает множество Е, есть ограниченное множество). Примеры: $\sin x$, $\cos x$.

64. **Односторонний предел** — предел функции в некоторой точке справа или слева от неё.

65. **Определённым интегралом** от функции $y=f(x)$ на отрезке $[a,b]$ называется конечный предел ее интегральной суммы, когда число элементарных отрезков неограниченно возрастает, а длина наибольшего из них стремится к нулю. Определённый интеграл

обозначается символом $\int_a^b f(x)dx$.

66. **Основная теорема алгебры** — всякий многочлен с любыми числовыми коэффициентами, степень которого не меньше единицы, имеет хотя бы один корень, в общем случае комплексный.

67. **Особое решение дифференциального уравнения** — решение, в каждой точке которого нарушается единственность.

68. **Первообразной функцией** для данной функции $f(x)$ называется Функция $F(x)$, если для любого x из области определения $f(x)$ выполняется равенство $F'(x)=f(x)$.

69. **Пересечением (произведением)** двух множеств А и В называется множество, состоящее из элементов, которые принадлежат и множеству А, и множеству В (т.е. множество, состоящее из общих элементов).

70. **Пи число** — обозначение отношения длины окружности к диаметру. Число π иррациональное и трансцендентное, численно равно площади круга единичного радиуса, представляется непериодической десятичной дробью $\pi = 3,141\ 592\ 653\ 589\ 793\ 238\ 462\ 643 \dots$

71. **Поверхность** — геометрическое понятие, которому в зависимости от условий конкретной задачи придаются различные смыслы. В задачах на уровне школьного курса рассматриваются плоскости, многогранники, а также некоторые кривые поверхности (например, поверхность шара). Более общая постановка приводит к понятию простой поверхности, которую можно представить как кусок плоскости, подвергнутой непрерывным деформациям (растяжениям, сжатиям, изгибаниям). Поверхности могут быть замкнутые и открытые, ориентируемые и не ориентируемые и т.д.

72. **Поверхность вращения** — поверхность, образуемая вращением некоторой плоской линии вокруг прямой (оси вращения), расположенной с линией в одной плоскости.

73. **Погрешность вычислений** состоит из погрешностей: начальных данных (не зависит от методов решения задачи и называется неустранимой погрешностью); численного метода решения задачи, которую называют ещё погрешностью аппроксимации; возникающей из-за округлений при вычислениях и называемой вычислительной погрешностью.

74. **Производной функции** $y=f(x)$ в точке x_0 называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда последнее стремится к нулю:

$$y'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

75. **Правило Лопиталья:** если функции $y=f(x)$ и $y(x)$ дифференцируемы в окрестности точки $x=a$, обращаются в нуль в этой точке, и существует предел отношения $f'(x)$

(x):уѳ (x) при x® a, то существует предел отношения самих функций, равный пределу от-

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

ношения производных.

76. **Прообраз элемента** $b \in B$ при отображении ϕ множества A в множество B — всякий элемент $a \in A$ такой, что элемент b является образом элемента a , т.е. $\phi(a) = b$.

77. **Пространство** — логически мыслимая форма (или структура), служащая средой, в которой осуществляются другие формы и те или иные конструкции. Например, в элементарной геометрии плоскость и обычное трёхмерное пространство служат средой, где строятся разнообразные фигуры. В современной математике более обобщённо пространство определяют как множество объектов различного происхождения, которые называют его точками (ими могут быть геометрические фигуры, функции, векторы, состояния физической системы и т.д.).

78. **Пустое множество** — множество, не содержащее ни одного элемента; обозначение: \emptyset .

79. **Равносильность утверждений** (уравнений, формул и т.д.) A и B — понятие, означающее, что при каждом допустимом наборе значений параметров утверждения A и B оба истинны или оба ложны. Например, равносильность уравнений, неравенств и их систем означает совпадение множеств их решений.

80. **Разность** множеств A и B называется множеством, состоящее из элементов множества A , которые не являются элементами множества B .

81. **Симметрической разностью (дизъюнктивной суммой)** множеств A и B называется множество всех элементов, принадлежащих или множеству A , или множеству B (но не обоим вместе).

82. **Среднее значение** — числовая характеристика группы чисел или функций. Среднее значение группы чисел заключено между наименьшим и наибольшим значениями этой группы. Наиболее употребительными являются средние: арифметическое, гармоническое, геометрическое, квадратичное, степенное.

83. **Статистический анализ** случайных процессов — раздел математической статистики, посвящённый методам обработки и использования статистических данных, относящихся к случайным процессам.

84. **Статистическое моделирование** — моделирование случайных величин или процессов для численного решения математических задач.

85. **Сходимость** — одно из понятий математического анализа, означающее, что некоторый математический объект имеет предел.

86. **Теорема** — предложение (утверждение), истинность которого доказывается. Часто теорема конструируется в форме условного предложения. Первая её часть (после слова “если” до слова “то”) выражает условие, а вторая часть (после слова “то”) — заключение теоремы. Если поменять местами условие и заключение данной (прямой) теоремы, то получится теорема обратная. Если верно некоторое предложение, то обратное ему не всегда верно.

87. **Теория рядов** — часть математического анализа, в которой ряды систематически используются для исследования функций и составления для них математических таблиц.

88. **Точка** — элемент множества, наделённого некоторой структурой. Так, в геометрии точка принимается за одно из исходных понятий, точке на числовой оси приписывается численное значение, в n -мерном евклидовом пространстве точкой называется упорядоченная совокупность из n чисел. Встречаются точки, имеющие специальные названия: критическая точка, материальная точка, точка возврата и т.д.

89. **Точка экстремума функции** — точка, в которой функция имеет экстремум, т.е. минимум или максимум.
90. **Точкой перегиба кривой** называется точка кривой, в которой кривая меняет направление изгиба, т.е. переходит от выпуклости вверх к выпуклости вниз или наоборот.
91. **Факториал** — произведение натуральных чисел от 1 до данного натурального числа n : $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots \cdot n$. Принято, что $0! = 1$
92. **Формула** — комбинация математических знаков (символическая запись) в виде выражения, равенства или неравенства, содержащая какую-либо информацию.
93. **Функция** — основное понятие математики, выражающее зависимость одних переменных величин от других. Или: переменная величина y называется функцией от переменной величины x , если каждому значению $x \in X$ по определенному правилу или закону поставлено в соответствие единственное значение $y \in Y$. В этом случае пишут: $y = f(x)$.
94. **Характеристика десятичного логарифма** данного числа — целая часть логарифма этого числа.
95. **Частное решение обыкновенного дифференциального уравнения** — решение, полученное из общего решения уравнения (общего интеграла) при некотором наборе входящих в него постоянных (обычно определяются начальными условиями).
96. **Числовая последовательность** — последовательность, членами которой являются числа.
97. **Числовое значение выражения**, функции $f(a, b, \dots, x)$ — всякое число, получаемое в результате подстановки в выражение вместо букв a, b, \dots, x конкретных чисел из области допустимых значений и выполнения вычислительных операций.
98. **Экспонента** — функция e^x , часто обозначаемая как $\exp x$.
99. **Элементарная математика** — несколько неопределённое понятие, в основном охватывающее разделы математики, изучаемые в средней школе.
100. **Элементарные функции** — класс функций, состоящий из основных элементарных функций (многочлен, рациональная, степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические, обратные тригонометрические), гиперболических, обратных гиперболических функций, а также функций, получающихся из перечисленных с помощью четырёх арифметических действий и суперпозиций, применяемых конечное число раз. Данные функции непрерывны всюду, где определены.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Основной целью изучения дисциплины «Математический анализ» является усвоение студентами определенного круга математических знаний в области математического анализа и развитие навыков их использования в дальнейшей профессиональной деятельности. Дисциплина изучает: основные базовые понятия и определения теории множеств, теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов; основные свойства последовательностей, элементарных функций, числовых и функциональных рядов и дифференциальных уравнений; методы асимптотического и экстремального анализа функций и последовательностей.

Форма промежуточной аттестации знаний — **зачёт – 3 семестр, экзамен – 2 и 4 семестры.**

Ключевыми методическими способами подачи учебного материала по дисциплине «Математический анализ» являются лекции и семинарские занятия.

Лекционное занятие — это систематическое, последовательное, устное изложение лектором учебного материала. Занятие «лекция» носит, прежде всего, обзорный характер, охватывая весь круг выносимых на изучение учебных вопросов. При проведении такого типа занятий очень важно живое слово лектора, его педагогическое мастерство как педагога, который дает студентам информационную базу. Лекции являются важной формой передачи преподавателем студентам общетеоретических знаний.

Лекции, как правило, читаются не по всем, а по наиболее сложным темам курса, не дублируют учебники, а содержат новейшие научные данные и примеры, которых может не быть в учебных пособиях. Для лучшего усвоения материала на лекционных занятиях целесообразно предварительно перед лекцией ознакомиться с положениями лекционной темы в конспекте лекций, содержащемся в данном учебно-методическом пособии либо в рекомендуемых учебниках.

Семинарские занятия — другая важная форма учебного процесса. Они способствуют закреплению и углублению знаний, полученных студентами на лекциях и в результате самостоятельной работы над научной и учебной литературой и в процессе решения задач. Они призваны развивать самостоятельность мышления, умение делать выводы, связывать теоретические положения с практикой, формировать профессиональное сознание. На занятиях вырабатываются необходимые каждому бакалавру навыки и умения публично выступать, логика доказывания, культура профессиональной речи. Кроме того, семинары — это средство контроля преподавателей за самостоятельной работой студентов, они непосредственно влияют на уровень подготовки к итоговым формам отчетности — зачетам и экзаменам.

Для качественного и эффективного изучения актуальных проблем теории необходимо овладение навыками работы с книгой, воспитание в себе стремления и привычки получать новые знания из научной и иной специальной литературы. Без этих качеств не может быть настоящего специалиста ни в одной области деятельности.

Читать и изучать, следует, прежде всего, то, что рекомендуется к каждой теме программой, планом семинарских занятий, перечнем рекомендуемой литературы.

Когда студент приступает к самостоятельной работе, то он должен проявить инициативу в поиске специальных источников. Надо иметь в виду, что в каждом последнем номере издаваемых журналов публикуется библиография всех статей, напечатанных за год, это облегчает поиск нужных научных публикаций.

Работа с научной литературой, в конечном счете, должна привести к выработке у бакалавра умения самостоятельно размышлять о предмете и объекте изучения, которое должно проявляться:

- в ясном и отчетливом понимании основных понятий и суждений, содержащихся в публикации, разработке доказательств, подтверждающих истинность тех или иных положений;
- в понимании студентами обоснованности и целесообразности, приводимых в книге и статье примеров, поясняющих доказательства и выводы автора. При этом будет уместно, если бакалавр самостоятельно приведет дополнительные примеры к этим выводам;
- в отделении основных положений от дополнительных, второстепенных сведений;
- в способности студента критически разобраться в содержании публикации, определить свое отношение к ней в целом, дать ей общую оценку, характеристику.

Другим важнейшим методическим приемом в учебном процессе является самостоятельная работа студента.

Самостоятельная работа в высшем учебном заведении, является важной организационной формой индивидуального изучения студентами программного материала.

В современных условиях дидактическое значение самостоятельной подготовки неизмеримо возрастает, а ее цели состоят в том, чтобы:

- повысить ответственность самих обучаемых за свою профессиональную подготовку, сформировать в себе личностные и профессионально-деловые качества;
- научить студентов самостоятельно приобретать знания, формировать навыки и умения, необходимые для юридической деятельности;
- развивать в себе самостоятельность в организации, планировании и выполнении заданий, определяемых учебным планом и указаниями преподавателя.

Достигнуть этих целей в ходе самостоятельной работы при изучении дисциплины возможно только при хорошей личной организации своего учебного труда, умении использовать все резервы имеющегося времени и подчинить их профессиональной подготовке.

Самостоятельная работа как метод обучения включает:

- изучение и конспектирование обязательной литературы в соответствии с программой дисциплины;
- ознакомление с литературой, рекомендованной в качестве дополнительной;
- сбор материала и написание контрольных работ;
- изучение указанной литературы для подготовки к зачету.
- Основными компонентами содержания данного вида работы являются:
- творческое изучение учебных пособий и научной литературы;
- умелое конспектирование;
- участие в различных формах учебного процесса, научных конференциях, в работе кружков и т. д.;
- получение консультаций у преподавателя по отдельным проблемам курса;
- получение информации и опыта о работе профессионалов в процессе производственно-учебной практики;
- знакомство со специальной литературой при формировании своей личной библиотеки и др.

Данный комплекс рекомендаций позволяет студентам овладеть многими важными приемами самостоятельной работы и успешно использовать их при подготовке контрольных по дисциплине.

Важнейшей формой учебной отчетности студента является контрольная работа. Выполнение контрольной работы является промежуточной формой отчетности по изучаемой дисциплине и преследует цель лишь оценить способность студента к самостоятельному поиску источников, формированию содержания и его письменного изложения по указанной проблеме. Это важная составляющая изучения дисциплины, а также эффективная форма контроля знаний. При заочном обучении она выступает как обязательная, основная форма самостоятельной работы. В контрольной работе (в соответствии с учебным планом) студент обязан самостоятельно глубоко разобраться в изучаемых проблемах, усвоить суть темы, уяснить ее содержание и только затем письменно представить свою отчетную работу.

Выполнение контрольной работы является одним из условий допуска студента к сдаче зачета. Работа должна соответствовать установленным требованиям, то есть в ней должны быть раскрыты все проблемы, определенные темой. Для этого студент обязан самостоятельно проанализировать первоисточники и дать исчерпывающие ответы на вопросы темы. Контрольная работа — серьезное учебное задание, и чтобы написать ее как следует, необходимо использовать те первоисточники и учебные пособия, которые позволяют полнее разобраться в проблеме. Бакалавр должен регулярно работать в университетской и городской библиотеке, вдумчиво конспектировать лекции преподавателей.

Контрольные работы могут выступать как дополнительные (вспомогательные) учебные формы отчетности студента, которые осуществляются в ходе семинарских (практических) занятий (в конце) и проводятся максимум в течение 10-15 минут. Преподаватель может заранее объявить о предстоящей работе и предложить примерный перечень тем, то есть сориентировать студентов на работу по более широкому кругу вопросов. Таким образом, бакалаврам дается возможность лишней раз обратиться к учебному материалу и более качественно подготовиться к выполнению контрольной работы.

Как правило, контрольные работы по дисциплине сугубо индивидуальны, то есть их тематика персонифицирована. Однако в отдельных случаях темы контрольных работ могут быть адресованы и сразу нескольким бакалаврам, и группе в целом. Таким приемом преподаватель выявляет степень усвоения какой-то важной учебной проблемы и определяет необходимость проведения дополнительных занятий по какой-либо теме.

Особую инновационность в методическом плане при преподавании дисциплины «Математика и статистика» представляют ролевые и деловые игры как форма коллективной деятельности педагога и студентов при проведении семинарских занятий.

Игра позволяет влиять на установки студентов. Учебно-тренировочные ситуации относятся к тем методическим средствам, которые позволяют осуществлять взаимосвязь понятийно-категориального уровня правосознания с поведенческим. В результате достигается не только интеллектуальный, но и эмоциональный уровень усвоения правовых понятий и идей.

Учебно-тренировочные ситуации являются специфическим методическим приемом, одним из основных видов проблемно-развивающего обучения, благодаря которому усиливается практический интерес бакалавров к теоретико-правовым вопросам.

Эффективность применения учебных ситуаций зависит от соблюдения следующих условий: знание студентами теоретического материала и наличие достаточного личного опыта и жизненного опыта вообще.

Важными в методическом плане на семинарских занятиях являются проводимые тестовые опросы и решение задач, которые содействуют превращению знаний в глубокие

убеждения, дают простор для развития творческо-эмоциональной сферы, позволяют сделать выводы об эффективности занятий с учащимися, что в итоге повышает интерес к овладению знаниями.

Только сочетая дидактически и органически все методические способы и приемы в их диалектическом единстве и взаимосвязи мы можем добиться должного уяснения учебного материала со стороны студентов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Тема занятия	Виды учебных занятий	Способы учебной деятельности	Методы обучения, формы педагогического общения	Средства обучения	Формы контроля
1	2	3	4	5	6
Тема 1. Введение. Элементы теории множеств и функций.	Лекция,	Коллективный.	Методы: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный. Формы: монолог/диалог	Учебное пособие Хрестоматия	Устный опрос
Тема 2. Комплексные числа	Лекция, семинар	Коллективный, Индивидуально-групповой	Методы: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный. Формы: монолог/диалог	Учебное пособие Хрестоматия	Устный опрос,
Тема 3. Предел и непрерывность функции одной переменной.	Лекция, семинар	Коллективный, Индивидуально-групповой	Методы: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный. Формы: монолог/диалог	Учебное пособие Хрестоматия	Устный опрос,
Тема 4. Производная и дифференциал функции одной переменной.	Лекция, семинар	Коллективный, Индивидуально-групповой	Методы: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный. Формы: монолог/диалог	Учебное пособие Хрестоматия	Устный опрос, решение задач, контрольная работа
Тема 5. Исследование дифференцируемых функций одной переменной	Лекция, семинар	Коллективный, Индивидуально-групповой	Методы: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный. Формы: монолог/диалог	Учебное пособие Хрестоматия	Устный опрос, решение задач, контрольная работа
Тема 6. Интегрирование	Лекция, семинар	Коллективный, Индивидуально-	Методы: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный.	Учебное пособие Хрестоматия	Устный опрос, решение задач

		групповой	Формы: монолог/диалог		
Тема 7. Дифференциальные уравнения	Лекция, семинар	Коллективный, Индивидуально-групповой	Методы: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный. Формы: монолог/диалог	Учебное пособие Хрестоматия	Устный опрос, решение задач, контрольная работа
Тема 8. Функции нескольких переменных (ФНП).	Лекция	Коллективный, Индивидуально-групповой	Методы: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный. Формы: монолог/диалог	Учебное пособие Хрестоматия	Устный опрос
Тема 9. Дифференцируемые ФНП.	Лекция, семинар	Коллективный, Индивидуально-групповой	Методы: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный. Формы: монолог/диалог	Учебное пособие Хрестоматия	Устный опрос, решение задач, контрольная работа
Тема 10. Ряды	Лекция, семинар	Коллективный, Индивидуально-групповой	Методы: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный. Формы: монолог/диалог	Учебное пособие Хрестоматия	Устный опрос, решение задач
Тема 11. Кратные интегралы.	Лекция, семинар	Коллективный, Индивидуально-групповой	Методы: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный. Формы: монолог/диалог	Учебное пособие Хрестоматия	Устный опрос, решение задач, контрольная работа

**Тематический план изучения дисциплины
«Математический анализ»**

Год набора с 2021, форма обучения очная

Наименование разделов и тем	Всего	Трудоемкость по дисциплине					Формируемые компетенции
		Контактная работа	В т.ч.			СР	
			лекции	Подгр/Лаб.	Пр/Сем		
Семестр 2							
Введение. Элементы теории множеств и функций.	37	8	2	0	6	29	УК 1
Комплексные числа	32	12	4	0	8	20	УК 1
Предел и непрерывность функции одной переменной.	32	12	4	0	8	20	УК 1
Производная и дифференциал функции одной переменной.	32	12	4	0	8	20	УК 1
Исследование дифференцируемых функций одной переменной	20	10	4	0	6	10	УК 1
Экзамен	27						
Итого за семестр	180	54	18	0	36	99	
Зачётных единиц	5						
Семестр 3							
Интегрирование.	32	27	10	0	17	5	УК 1
Дифференциальные уравнения	40	35	18	0	17	5	УК 1
Зачет							
Итого за семестр	72	62	28	0	34	10	
Зачётных единиц	2						
Семестр 4							
Функции нескольких переменных (ФНП).	20	14	4	0	10	6	УК 1
Дифференцируемые ФНП.	24	16	6	0	10	8	УК 1
Ряды	18	10	4	0	6	8	УК 1
Кратные интегралы.	19	12	4	0	8	7	УК 1
Экзамен	27						
Итого за семестр	108	52	18	0	34	29	
Зачётных единиц	3						
Итого по дисциплине	360	222	64	0	104	138	
Итого зачетных единиц	10						

**Тематический план изучения дисциплины
«Математический анализ»**

Год набора с 2021, форма обучения очно-заочная

Наименование разделов и тем	Всего	Трудоемкость по дисциплине					Формируемые компетенции
		Контактная работа	В т.ч.			СР	
			Лекции	Подгр/Лаб.	Пр/Сем		
Семестр 2	9	4	2	0	2	5	
Введение. Элементы теории множеств и функций.	18	4	2	0	2	14	УК 1
Комплексные числа	34	4	2	0	2	30	УК 1
Предел и непрерывность функции одной переменной.	34	4	2	0	2	30	УК 1
Производная и дифференциал функции одной переменной.	29	4	2	0	2	25	УК 1
Исследование дифференцируемых функций одной переменной	29	4	2	0	2	25	УК 1
Экзамен	27	27					
Итого за семестр	180	24	12	0	12	129	
Зачётных единиц	5						
Семестр 3							
Интегрирование.	28	8	4	0	4	20	УК 1
Дифференциальные уравнения	44	12	4	0	8	32	УК 1
Зачет							
Итого за семестр	72	20	8	0	12	52	
Зачётных единиц	2						
Семестр 4							
Функции нескольких переменных (ФНП).	15	4	2	0	2	11	УК 1
Дифференцируемые ФНП.	19	4	2	0	2	15	УК 1
Ряды	21	6	2	0	4	15	УК 1
Кратные интегралы.	26	6	2	0	4	20	УК 1
Экзамен	27	27					
Итого за семестр	108	20	8	0	12	61	
Зачётных единиц	3						
Итого по дисциплине	360	118	28	0	36	242	
Итого зачетных единиц	10						

**Тематический план изучения дисциплины
«Математический анализ»**

Год набора с 2021, форма обучения заочная

Наименование разделов и тем	Всего	Трудоемкость по дисциплине					Формируемые компетенции
		Контактная работа	В т.ч.			СР	
			лекции	Подгр/Лаб.	Пр/Сем		
Введение. Элементы теории множеств и функций.	15	2	2	0	0	13	УК 1
Комплексные числа	35	2	2	0	0	33	УК 1
Предел и непрерывность функции одной переменной.	35	2	2	0	0	33	УК 1
Производная и дифференциал функции одной переменной.	35	2	2	0	0	33	УК 1
Исследование дифференцируемых функций одной переменной	35	2	0	0	2	33	УК 1
Интегрирование.	35	2	0	0	2	33	УК 1
Дифференциальные уравнения	35	2	0	0	2	33	УК 1
Функции нескольких переменных (ФНП).	35	2	0	0	2	33	УК 1
Дифференцируемые ФНП.	35	2	0	0	2	33	УК 1
Ряды	33	0	0	0	0	33	УК 1
Кратные интегралы.	23	0	0	0	0	23	УК 1
Экзамен	9						
Итого по дисциплине	360	18	8		10	333	
Зачётных единиц	10						