

**НЕГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГУМАНИТАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОФСОЮЗОВ»**

Кафедра Информатики и математики
(полное наименование кафедры)

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Линейная алгебра

38.03.01 «Экономика»

Профиль подготовки «Экономика предприятий и организаций»

Квалификация:
Бакалавр

Санкт-Петербург

1. Общие положения

Фонд оценочных средств (ФОС) по дисциплине используется в целях нормирования процедуры оценивания качества подготовки и осуществляет установление соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям образовательной программы дисциплины. Предметом оценивания являются знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций у обучающихся. Процедуры оценивания применяются в процессе обучения на каждом этапе формирования компетенций посредством определения для отдельных составных частей дисциплины методов контроля – оценочных средств. Основным механизмом оценки качества подготовки и формой контроля учебной работы студентов являются текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация.

1.1. Цель и задачи текущего контроля студентов по дисциплине

Цель текущего контроля – систематическая проверка степени освоения программы дисциплины «Линейная алгебра» уровня достижения планируемых результатов обучения - знаний, умений, навыков, в ходе ее изучения при проведении занятий, предусмотренных учебным планом.

Задачи текущего контроля:

1. обнаружение и устранение пробелов в освоении учебной дисциплины;
2. своевременное выполнение корректирующих действий по содержанию и организации процесса обучения;
3. определение индивидуального учебного рейтинга студентов;
4. подготовка к промежуточной аттестации.

В течение семестра при изучении дисциплины реализуется традиционная система поэтапного оценивания уровня освоения. За каждый вид учебных действий студенты получают оценку.

1.2. Цель и задачи промежуточной аттестации студентов по дисциплине.

Цель промежуточной аттестации – проверка степени усвоения студентами учебного материала, уровня достижения планируемых результатов обучения и сформированности компетенций на момент завершения изучения дисциплины. Промежуточная аттестация проходит в форме **зачета**.

Задачи промежуточной аттестации:

1. определение уровня освоения учебной дисциплины;
2. определение уровня достижения планируемых результатов обучения и сформированности компетенций;
3. соотнесение планируемых результатов обучения с планируемыми результатами освоения образовательной программы в рамках изученной дисциплины.

2. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины

Таблица 1.

№	Контролируемые темы дисциплины	Код формируемой компетенции	Код и наименование индикатора достижения	Наименование оценочного средства
1	Тема 1 Матрицы, их виды. Алгебра матриц.	ОПК-3	УК-1.1. Знать основные понятия, методы и	Устный опрос, решение задач.

			<p>приемы информатики, компьютерных технологий. УК-1.2. Уметь использовать в профессиональной деятельности возможности вычислительной техники и программного обеспечения; создавать базы данных; использовать ресурсы Интернет. УК-1.3. Владеть основными методами работы на персональном компьютере с прикладными программными средствами.</p>	
2	<p>Тема 2 Определители матриц, их свойства и методы расчета.</p>	ОПК-3	<p>УК-1.1. Знать основные понятия, методы и приемы информатики, компьютерных технологий. УК-1.2. Уметь использовать в профессиональной деятельности возможности вычислительной техники и программного обеспечения; создавать базы данных; использовать ресурсы Интернет. УК-1.3. Владеть основными методами работы на персональном компьютере с прикладными программными средствами.</p>	Устный опрос, решение задач.

3	<p>Тема 3 Миноры и алгебраические дополнения матриц. Ранг матрицы и методы расчета.</p>	ОПК-3	<p>УК-1.1. Знать основные понятия, методы и приемы информатики, компьютерных технологий. УК-1.2. Уметь использовать в профессиональной деятельности возможности вычислительной техники и программного обеспечения; создавать базы данных; использовать ресурсы Интернет. УК-1.3. Владеть основными методами работы на персональном компьютере с прикладными программными средствами.</p>	Устный опрос, решение задач.
4	<p>Тема 4 Системы линейных уравнений и методы их решения. Теорема Кронекера-Капелли. Метод Гаусса.</p>	ОПК-3	<p>УК-1.1. Знать основные понятия, методы и приемы информатики, компьютерных технологий. УК-1.2. Уметь использовать в профессиональной деятельности возможности вычислительной техники и программного обеспечения; создавать базы данных; использовать ресурсы Интернет. УК-1.3. Владеть основными методами работы на персональном компьютере с</p>	Устный опрос, решение задач, контрольная работа.

			прикладными программными средствами.	
5	Тема 5 Элементы векторного анализа.	ОПК-3	УК-1.1. Знать основные понятия, методы и приемы информатики, компьютерных технологий. УК-1.2. Уметь использовать в профессиональной деятельности возможности вычислительной техники и программного обеспечения; создавать базы данных; использовать ресурсы Интернет. УК-1.3. Владеть основными методами работы на персональном компьютере с прикладными программными средствами.	Устный опрос, решение задач, контрольная работа.
6	Тема 6 Линейные векторные пространства.	ОПК-3	УК-1.1. Знать основные понятия, методы и приемы информатики, компьютерных технологий. УК-1.2. Уметь использовать в профессиональной деятельности возможности вычислительной техники и программного обеспечения; создавать базы данных; использовать ресурсы Интернет. УК-1.3. Владеть основными	Устный опрос, решение задач.

			методами работы на персональном компьютере с прикладными программными средствами.	
7	Тема 7 Квадратичные формы. Критерий Сильвестра.	ОПК-3	УК-1.1. Знать основные понятия, методы и приемы информатики, компьютерных технологий. УК-1.2. Уметь использовать в профессиональной деятельности возможности вычислительной техники и программного обеспечения; создавать базы данных; использовать ресурсы Интернет. УК-1.3. Владеть основными методами работы на персональном компьютере с прикладными программными средствами.	Устный опрос, решение задач, контрольная работа.
8	Тема 8 Элементы аналитической геометрии	ОПК-3	УК-1.1. Знать основные понятия, методы и приемы информатики, компьютерных технологий. УК-1.2. Уметь использовать в профессиональной деятельности возможности вычислительной техники и программного обеспечения; создавать базы данных; использовать	Устный опрос, решение задач.

			ресурсы Интернет. УК-1.3. Владеть основными методами работы на персональном компьютере с прикладными программными средствами.	
--	--	--	--	--

3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций

3.1. Критерии оценивания (текущий контроль)

1. Оценка «отлично» выставляется студенту, если студент имеет глубокие знания учебного материала по теме практического задания, в логической последовательности излагает материал; смог ответить на все уточняющие и дополнительные вопросы;
2. Оценка «хорошо» выставляется, если студент показал знание учебного материала, смог ответить почти полностью на все заданные дополнительные и уточняющие вопросы;
3. Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент в целом освоил материал; однако, ответил не на все уточняющие и дополнительные вопросы;
4. Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет существенные пробелы в знаниях основного учебного материала по теме практического задания, который полностью не раскрыл содержание вопросов, не смог ответить на уточняющие и дополнительные вопросы.

3.2. Критерий оценивания (зачет)

Знания, умения, навыки и компетенции студентов оцениваются следующими оценками: «зачтено», «не зачтено»

- «зачтено» - студент хорошо и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, увязывает с практикой, свободно справляется с решением ситуационных задач и тестовыми заданиями, правильно обосновывает принятие решений, умеет самостоятельно обобщать программный материал, не допуская ошибок, знает дополнительную литературу по изучаемой дисциплине.

- «не зачтено» - студент не знает значительной части основного программного материала, в ответах допускает существенные ошибки, не владеет умениями и навыками в выполнении тестовых заданий и решении задач, не способен ответить на дополнительные вопросы.

4. Типовые контрольные задания (тесты, в том числе для проверки остаточных знаний студентов, рефераты, курсовые работы, кейсы и др.) и методические материалы, процедуры оценивания знаний, умений и навыков

4.1. Задания

Задание 1

Тема: Определители и системы линейных уравнений.
Векторная форма системы линейных уравнений.

Задача №1. Вычислить определитель заданной матрицы

Задача №2. Решить систему уравнений

Задача №3. Решить однородную систему уравнений..

Задача №4. Найти общее решение системы уравнений.

Задача №5. Подтвердить, что система несовместна, опираясь

а) на формулы Крамера;

б) на метод Жордана-Гаусса.

Задача №6. Найти вектор b - линейную комбинацию векторов a_1, a_2, a_3

Задача №7. Даны векторы a_1, a_2, a_3 , показать, что заданная система векторов образует базис, и найти координаты вектора c этом базисе.

Таблица условий к задачам задания 1

№ задачи	вариант I	вариант II	вариант III
задача №1	$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$
задача №2	$\begin{cases} 2x+3y-z=4 \\ x+2y+2z=5 \\ 3x+4y-5z=2 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+y-z=0 \\ 3x+4y+6z=0 \\ x+z=1 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x+y+6=0 \\ x-2y-z=5 \\ 3x+4y-2z=13 \end{cases}$
задача №3	$\begin{cases} 2x_1+x_2-x_3+x_4=0 \\ 4x_1+2x_2+x_3-3x_4=0 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x_1-4x_2+x_3-x_4=0 \\ 6x_1-8x_2+2x_3+3x_4=0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1-x_2+x_3+3x_4=0 \\ x_1+x_2+3x_3+x_4=0 \end{cases}$
задача №4	$\begin{cases} x_1+x_2-3x_3+2x_4=0 \\ x_1+x_2-x_3+2x_4=1 \\ 2x_1+2x_2+x_3+x_4=0 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x_1+2x_2-3x_3+4x_4=1 \\ 2x_1+3x_2-2x_3+3x_4=2 \\ 4x_1+2x_2-3x_3+2x_4=0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1+7x_2+3x_3+x_4=6 \\ 3x_1+5x_2+2x_3+2x_4=4 \\ 9x_1+4x_2+x_3+7x_4=2 \end{cases}$
задача №5	$\begin{cases} x+2y+3z=4 \\ 2x+4y+6z=3 \\ 3x+y-z=1 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1-x_2+x_3-2x_4=1 \\ x_1-x_2+2x_3-x_4=2 \\ 5x_1-5x_2+8x_3-7x_4=3 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1+x_2-3x_3=5 \\ x_1-3x_2+3x_3=7 \\ 5x_1-3x_2+3x_3=2 \end{cases}$
данные к задачам №6 и №7	$b = 3a_1 - 2a_2 + a_3$ $a_1 = (1; 2; 3)$ $a_2 = (2; 3; 1)$ $a_3 = (3; -1; 4)$ $c = (6; 4; 0)$	$b = a_1 + 2a_2 - 3a_3$ $a_1 = (2; 3; 1)$ $a_2 = (-1; -3; 2)$ $a_3 = (5; 3; 4)$ $c = (11; 10; -7)$	$b = -a_1 + 3a_2 - 2a_3$ $a_1 = (3; 1; 3)$ $a_2 = (1; -2; 4)$ $a_3 = (6; -1; -2)$ $c = (0; 5; 13)$

Задание 2

Тема: Матрицы

Задача №1. Найти матрицу C , являющуюся произведением матриц A и B . Указать значение элементов C_{12} и C_{21} .

Задача №2. Даны матрицы A, B . Найти матрицу D по заданному условию (см. таблицу).

Задача №3. Найти ранг матрицы A :

Задача №4. Найти матрицу, обратную данной.

Задача №5. Найти матрицу X из матричного уравнения.

Задача №6. Исследовать расширенные матрицы систем линейных уравнений и в случае совместности уравнений решить их.

Таблица условий к задачам Задания 2

№ задачи	вариант I	вариант II	вариант III
Задача №1	$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -2 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 & 4 \\ 3 & -1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$
Задача №2	$D = 2A - BA$ $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix};$ $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$	$D = A^2 - 3B$ $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \\ 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 4 & -2 & 1 \\ 3 & 5 & 0 \end{pmatrix}$	$D = A(B - A)$ $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$
Задача №3	$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
Задача №4	$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 6 \\ 5 & -3 & 7 \\ -2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$
Задача №5	$AX + B^2 = 2C$ $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix};$ $C = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$	$AXB - 3C = 0$ $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix};$ $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	$3A - 2XB = C^2$ $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix};$ $C = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
Задача №8	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 8x_4 = 0 \\ x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_4 = 1 \\ x_1 + x_4 = -24 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_4 = 0 \\ x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 7 \\ 3x_2 + 2x_1 + x_4 = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 2 \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 2x_4 = 4 \\ 7x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 5x_4 = 7 \end{cases}$

Задание 3

Тема: Элементы аналитической геометрии.

Задача №1. Даны вершины $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ треугольника, найти: 1) длину AB ; 2) внутренний угол A ; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины C ; 4) уравнение медианы,

проведенной через вершину C ; 5) точку пересечения высот треугольника; б) систему линейных неравенств, определяющих треугольник ABC .

Задача №2. Определить угол между прямыми. Построить линию.

Задача №3. Написать уравнение траектории точки M , которая движется по заданному условию. (Условие приведено в таблице).

Задача №4. Найти расстояние между точками пересечений линий L_1 и L_2 . Выполнить построение.

Задача №5. Найти угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах a и b .

Задача №6. Построить плоскости, заданные уравнениями а), б), в).

Задача №7. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки A, B, C . Сделать проверку полученного уравнения.

Задача №8. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M , и перпендикулярной к OM .

Таблица данных к условиям задач задания 3

№ задачи	Варианты	I	II	III
	Данные к условию задачи			
№ 1	Координаты точек	$A (-1; -1)$ $B (-7; 2)$ $C (3; 4)$	$A (-1; 1)$ $B (5; 4)$ $C (0; 3)$	$A (2; 3)$ $B (-1; -1)$ $C (-2; 5)$
№ 2	Уравнения прямых	$5x - y + 7 = 0$ $2x - 3y + 1 = 0$	$3x + 2y = 0$ $6x - 4y + 9 = 0$	$3x - 4y = 6$ $8x + 6y = 11$
№ 3	Условие движения точки M	Точка M остается вдвое дальше от точки $F (-8; 0)$, чем от прямой $x = -2$	Точка M остается втрое ближе к точке $A (1; 0)$, чем к прямой $x = 9$	Точка остается равноудаленной от точки $A (2; 2)$ и от оси Ox
№ 4	Уравнение линии L_1 Определение линии L_2	$x^2 + 2y^2 = 18$ L_2 : хорда эллипса, которая делит угол между осями пополам	$x^2 - 3y^2 = 12$ L_2 : окружность радиуса $R = 2$ с центром в правом фокусе гиперболы	$x^2/9 + y^2/4 = 1$ L_2 : диагональ прямоугольника, построенного на осях эллипса
№ 5	Заданы векторы	$a = 2i + j$ $b = -2j + k$	$a = 3i - k$ $b = -2i - 5j$	$a = -2i - j$ $b = i - 3k$
№ 6	Уравнения плоскостей	а) $5x - 2y + 3z - 10 = 0$ б) $3x + 2y - z = 0$ в) $2z - 7 = 0$	а) $2x - 3y + 5z = 3$ б) $x - 5y + 9z = 0$ в) $2x - 5 = 0$	а) $4x - 2y - z = 2$ б) $2x - 7y - 5z = 0$ в) $3 - 4y = 0$
№ 7	Координаты точек	$A (1; 0; 0)$ $B (7; 3; 0)$ $C (4; 2; 1)$	$A (0; 1; -1)$ $B (6; 4; 0)$ $C (3; 5; 1)$	$A (-1; 1; 0)$ $B (2; 0; -3)$ $C (1; 1; -5)$
№ 8	Координаты точки	$M (-1; 2; 3)$	$M (0; 1; 3)$	$M (1; 2; 3)$

4.2. Вопросы для подготовки к промежуточной аттестации по дисциплине (зачет)

ВОПРОСЫ для подготовки к зачету (1 семестр)

1. Матрица. Типы матриц. Транспонированная матрица.
2. Равенство матриц. Сложение матриц. Умножение матрицы на число.
3. Определители квадратных матриц и их свойства
4. Минор и алгебраическое дополнение элемента определителя. Разложение определителя по элементам какого-либо ряда.
5. Обратная матрица. Определение и условие существования.
6. Произведение матриц и его свойства.
7. Решение системы линейных уравнений по формулам Крамера.
8. Решение системы линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
9. Решение однородной системы из трех уравнений с тремя неизвестными.
10. Решение системы из m уравнений с n неизвестными по формулам Крамера.
11. n -мерный вектор. Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора.
12. Линейная независимость векторов. Признак линейной независимости векторов.
13. Ранг матрицы.
14. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
15. Собственные значения матрицы и собственные векторы линейного оператора.
16. Приведение матриц к диагональной форме.
17. Квадратичная форма двух аргументов. Условия ее положительной и отрицательной определенности.
18. Прямоугольная и полярная системы координат на плоскости.
19. Общее уравнение прямой.
20. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
21. Уравнение прямой в отрезках на осях.
22. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
23. Угол между двумя прямыми.
24. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Уравнение пучка прямых.
25. Расстояние от точки до прямой.
26. Уравнение окружности.
27. Каноническое уравнение эллипса.
28. Каноническое уравнение гиперболы. Асимптоты гиперболы.
29. Уравнение параболы. Виды параболы.
30. Уравнение плоскости.
31. Взаимное расположение прямой и плоскости.
32. Понятие вектора. Действия с векторами.
33. Разложение вектора по системе векторов. Проекция вектора на ось.
34. Проекция вектора на оси трехмерной системы координат. Разложение вектора по базису.
35. Скалярное произведение векторов и его свойства.
36. Векторное произведение векторов и его свойства.
37. Смешанное произведение векторов и его свойства.
38. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

